

# 第 1 章 电路模型和电路定律



## 内容提要

本章主要介绍电路模型的概念，电压、电流及其参考方向的概念，功率和能量的计算方法，基尔霍夫定律以及电阻、独立电源和受控电源等电路元件。

## 1.1 电路和电路模型

### 1.1.1 电路的作用和组成

若干个电气设备或器件按照一定方式组合起来，构成电流的通路，称为电路。

各种实际电路都是由电阻器、电容器、电感器等部件和晶体管、运算放大器等器件组成的，可以实现人们所需要的功能。随着微电子技术的发展，已可将若干部、器件制作在一块硅片上，在电气上相互连接，在结构上形成一个整体，即所谓的集成电路。日常生活中使用的实际电路随处可见，手电筒电路、照明电路、收音机电路、电视机电路以及计算机电路等都是实际电路的例子。

电路的类型是多种多样的，不同的电路其作用也是各不相同的。但就其基本功能而言，可分为两大类：一类是电能的产生、传输与转换电路；另一类是电信号的产生、传递与处理电路。电力系统是产生、传输与转换电能的典型例子，如图 1-1 所示为简单电力系统的基本结构示意图。扩音机是产生、传递与处理电信号的典型例子，其结构框图如图 1-2 所示。

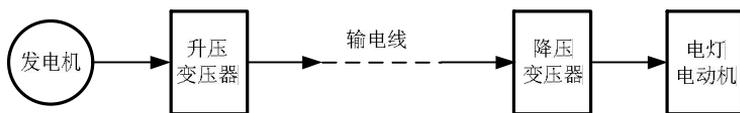


图 1-1 简单电力系统的基本结构示意图

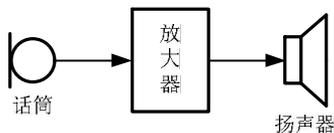


图 1-2 扩音机结构框图

实际电路都是由电源、负载和中间环节三部分组成的。产生电能或电信号的设备称为电源，如发电机、话筒、干电池等。用电设备称为负载，如电动机、电灯、扬声器等。连接电源与负载的部分称为中间环节，如变压器、放大器、连接导线等。

### 1.1.2 电路模型

分析任何一个物理系统，都要用理想化的模型描述该系统。例如，经典力学中的质点就是小物体的模型，质点的几何尺寸为零，却有一定的质量，有确定的位置和速度等。要分析实际电路的物理过程也需要构造出能反映该实际电路物理性质的理想化模型，也就是用一些理想化的元件相互连接组成理想化电路（电路模型），用以描述该实际电路，进而对电路模型进行分析，所得结果就反映了实际电路的物理过程。

电路模型只反映了电路的主要性能，而忽略了它的次要性能，因而电路模型只是实际电路的近似，两者不能等同。大量的实践经验表明，只要电路模型选取适当，按电路模型分析计算的结果与相应实际电路的观测结果是基本一致的。当然，如果模型选取不当，则会造成较大的误差，有时甚至得出相互矛盾的结果。

图 1-3 (a) 所示为手电筒电路，该电路由干电池、小灯泡、开关和手电筒壳（相当于导线）组成。其电路模型如图 1-3 (b) 所示，图中的电阻元件  $R$  作为小灯泡的电路模型，反映了将电能转换为热能和光能这一物理现象；干电池用电压源  $U_s$  和电阻  $R_s$  的串联组合作为模型，分别反映了电池内储化学能转换为电能以及电池本身消耗能量的物理过程；手电筒壳用理想导线（其电阻设为零）即线段表示；开关用理想开关（设开关闭合时其电阻为零、断开时其电阻为无穷大）表示。

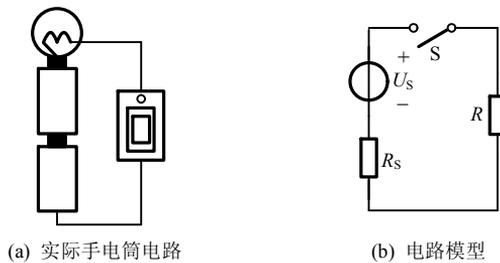


图 1-3 手电筒电路与其电路模型

### 1.1.3 集总参数电路

电路理论主要研究电路中发生的电磁现象，用电流、电压来描述其中的过程。

我们只关心各器件端的电流和端子间的电压，而不涉及器件内部的物理过程。这只有在满足集总化假设的条件下才是合理的。

实际的器件、连接导线以及由它们连接成的实际电路都有一定的尺寸，占有一定的空间，而电磁能量的传播速度（ $c=3\times 10^8\text{ m/s}$ ）是有限的，如果电路尺寸  $l$  远小于电路最高工作频率  $f$  所对应的波长  $\lambda$ （ $\lambda=c/f$ ），则可以认为传送到实际电路各处的电磁能量是同时到达的。这时，与电磁波的波长相比，电路尺寸可以忽略不计。从电磁场理论的观点来看，整个实际电路可看作是电磁空间的一个点，这与经典力学中把小物体看作质点相类似。

当实际电路的几何尺寸远小于工作波长时，我们用能够足够精确反映其电磁性质的一些理想电路元件或它们的组合来模拟实际元件，这种理想化的电路元件称为集总参数元件，它们有确定的电磁性质和确切的数学定义。可以认为，电磁能量的消耗都集中于电阻元件，电场能量只集中于电容元件，磁场能量只集中于电感元件。对于这些具有两个端子的集总参数元件（简称二端元件），可用其流经端子的电流和两个端子间的电压来描述它们的电磁性能，而端电流和端子间的电压仅是时间的函数，与空间位置无关。

根据实际电路的几何尺寸  $l$  与其工作波长  $\lambda$  的关系，可以将实际电路分为两大类：满足  $l\ll\lambda$  条件的电路称为集总参数电路，不满足  $l\ll\lambda$  条件的另一类电路称为分布参数电路。我国电力用电的频率为  $50\text{Hz}$ ，该频率对应的波长为  $6000\text{km}$ ，因而  $30\text{km}$  长的输电线可以看作是集总参数电路，但长达数百或数千千米的输电线就不能看作集总参数电路，而要看作分布参数电路。

本书只讨论集总参数电路，且所涉及电路均指由理想电路元件构成的电路模型，同时把理想电路元件简称为电路元件或元件。通常，电路又称网络，本书中将不加区别地引用。

## 1.2 电路变量

描述电路的物理量有电压、电流、电荷、磁通、功率和能量等，它们一般都是时间的函数，通常把这些物理量统称为电路变量。在这些电路变量中，电流和电压是电路分析中最常用的两个变量，常将它们称为基本变量，这是因为一旦确定一个电路中的所有电压和电流，这个电路的基本特性也就被掌握了。

### 1.2.1 电流及其参考方向

把单位时间内通过导体横截面的电荷量  $q$  定义为电流，用  $i$  表示，即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

上式中，当电荷量的单位用库[仑] (C)、时间的单位用秒 (s) 时，电流的单位为安[培] (A)。实际应用中还常用千安 (kA)、毫安 (mA) 和微安 ( $\mu\text{A}$ ) 等单位计量电流，它们之间的换算关系为  $1\text{A} = 1000\text{mA} = 10^6\mu\text{A}$ ， $1\text{kA} = 1000\text{A}$ 。

电流的方向规定为正电荷运动的方向。如果电流大小和方向不随时间变化，则这种电流称为恒定电流或直流电流 (Direct Current, DC)；若电流的大小和方向随时间做周期性变化，则称为交流电流 (Alternating Current, AC)。最常见的交流电流是正弦交流电流。

在分析简单的电路时，可以确定电流的实际方向，但在分析复杂的电路时，对于电流的实际方向往往事先难以判断。例如交流电流的方向是随时间变化的，它的实际方向也就很难确定。为此，在分析电流时可以先假定一个方向，称之为参考方向。电流的参考方向通常用带有箭头的线段表示，如图 1-4 中实线箭头所示 (图中的方框泛指具有两个端子的电路元件，即二端元件；或泛指由多个电路元件组成的对外具有两个端子的一段电路，即二端电路)。根据电流参考方向的规定，当电流为正值时，该电流的参考方向与实际方向 (虚线箭头) 相同，如图 1-4 (a) 所示；当电流为负值时，该电流的参考方向与实际方向相反，如图 1-4 (b) 所示。由此可知，在选定参考方向后，电流就有了正值和负值之分，电流值的正、负符号就反映了电流的实际方向。在未指定参考方向的情况下，讨论电流值的正或负是没有意义的。电流的参考方向可以任意指定，一般用箭头表示，也可以用双下标表示，例如， $i_{\text{AB}}$  表示参考方向是由 A 到 B。值得注意的是，不能在分析电路的过程中随意改变在分析电路之前指定的参考方向。

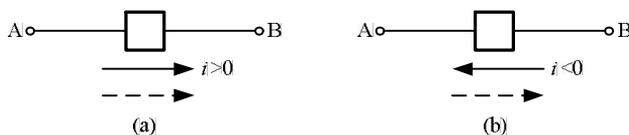


图 1-4 电流的参考方向

电荷在电路中流动，就必然有能量的转换发生。电荷在电路的某些部分 (例如电源处) 获得能量而在另外一些部分 (如电阻元件处) 失去能量。电荷在电源处获得的能量是由电源的化学能或机械能或其他形式的能量转换而来的。电荷在电路某些部分所失去的能量，或转换为热能 (电阻元件处)，或转换为化学能 (如在被充电的电池处)，或储存在磁场中 (电感元件处) 等。失去的能量是由电源提供的，因此在电路中存在着能量的流动，电源可以提供能量，有能量流出；电阻

等元件吸收能量，有能量流入。

### 1.2.2 电压及其参考方向

电路中，电场力将单位正电荷从 A 点移到 B 点所作的功定义为 A、B 两点之间的电压，也称电位差，用  $u$  表示，即

$$u = \frac{dw}{dq} \quad (1-2)$$

上式中，当功的单位用焦[耳] (J)、电荷量的单位用库 (C) 时，电压的单位为伏[特] (V)。电压常用的单位还有千伏 (kV)、毫伏 (mV) 等，换算关系为  $1\text{kV} = 10^3\text{V} = 10^6\text{mV}$ 。

如果正电荷由 A 点移到 B 点获得能量，则 A 点为低电位，即负极，B 点为高电位，即正极。如果正电荷由 A 点移到 B 点失去能量，则 A 点为高电位，即正极，B 点为低电位，即负极。正电荷在电路中转移时电能的得或失表现为电位的升或降，即电压升或电压降。规定电压的方向为正极指向负极。

如果电压大小和极性不随时间变化，则这种电压称为直流电压；若电压的大小和极性都随时间做周期性变化，则称为交流电压。

如同需要为电流指定参考方向一样，也需要为电压指定参考方向。电压的参考方向在元件或电路的两端用“+”、“-”符号来表示。“+”表示高电位端，“-”表示低电位端，如图 1-5 所示。根据电压参考方向的规定，当电压为正值时，该电压的参考方向与实际方向相同；当电压为负值时，该电压的参考方向与实际方向相反。有时为了图示方便，也可用箭头表示电压的参考方向。还可以用双下标来表示电压，如  $u_{AB}$  表示 A 与 B 之间的电压，其参考方向为 A 指向 B。

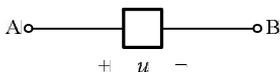


图 1-5 电压的参考方向

综上所述，在分析电路时，既要为流过元件的电流指定参考方向，也要为元件两端的电压指定参考方向，它们彼此可以独立无关地任意指定。如果指定流过元件的电流的参考方向是从标注正极的一端指向负极的一端，即两者的参考方向一致，则把电流和电压的这种参考方向称为关联参考方向，如图 1-6 (a) 所示；当两者不一致时，称为非关联参考方向，如图 1-6 (b) 所示。图 1-6 (c) 所示电路中指定了电压和电流的参考方向，对于 A 来说，其电压  $u$  和电流  $i$  的参考方向是非关联的；对于 B 来说，其电压  $u$  和电流  $i$  的参考方向是关联的。

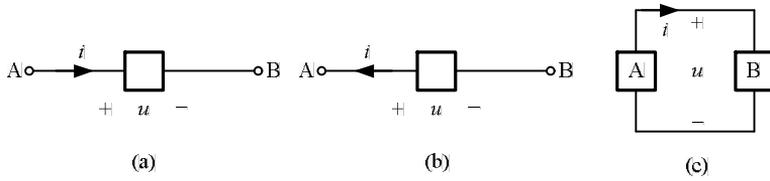


图 1-6 电压、电流的参考方向

### 1.2.3 功率和能量

在 1.2.2 节我们已经讲过，电路中存在能量的流动，现在来讨论电路中的某一段吸收或提供能量的速率，即功率的计算。用图 1-7 来表示该段电路，其电压和电流为关联参考方向。设在  $dt$  时间内由 A 点转移到 B 点的正电荷为  $dq$ ，则根据式 (1-2) 可知在转移过程中  $dq$  失去的能量为

$$dw = u dq$$

电荷失去能量意味着这段电路吸收能量，亦即能量由电路的其他部分传送到这一部分。吸收能量的速率由功率  $p$  表示为

$$p = \frac{dw}{dt} = u \frac{dq}{dt}$$

因

$$i = \frac{dq}{dt}$$

故得

$$p = ui \quad (1-3)$$

上式中，当电压的单位用伏(V)、电流的单位用安(A)时，功率的单位为瓦[特](W)。

式 (1-3) 是在电压和电流为关联参考方向下推得的，按该式计算的功率表示某段电路吸收的功率，如果  $p > 0$ ，则该段电路实际吸收功率；如果  $p < 0$ ，则该段电路实际发出功率。

如果电压和电流为非关联参考方向，按式 (1-3) 计算的功率表示某段电路发出的功率，如果  $p > 0$ ，则该段电路实际发出功率；如果  $p < 0$ ，则该段电路实际吸收功率。

实际发出功率的元件在电路中相当于电源，实际吸收功率的元件在电路中相当于负载。

某段电路吸收了 50W 的功率，也可以认为它发出了 -50W 的功率；某段电路

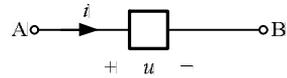


图 1-7 吸收功率

发出了 50W 的功率，也可以认为它吸收了 -50W 的功率。

在一个完整的电路中，吸收的功率之和一定等于发出的功率之和，即电路中的功率平衡。功率平衡常常用来检查计算结果是否正确。

**例 1-1** 电路如图 1-8 所示，已知  $u = 6\text{V}$ ， $i = -3\text{A}$ 。求元件 A、B 吸收的功率和发出的功率。

**解：**对元件 A 来说， $u$  与  $i$  为关联参考方向；对元件 B 来说， $u$  与  $i$  为非关联参考方向。因此

$$p_{A\text{吸}} = ui = 6 \times (-3) = -18\text{W}, \quad p_{B\text{发}} = ui = 6 \times (-3) = -18\text{W}$$

上式表明：元件 A 吸收的功率为 -18W，即发出的功率为 18W；元件 B 发出的功率为 -18W，即吸收的功率为 18W。显然，元件 A 发出的功率等于元件 B 吸收的功率，电路中的功率是平衡的。

在电压、电流为关联参考方向的情况下，某段电路在  $t_0$  到  $t$  的时间内吸收的能量为

$$w(t) = \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi$$

上式中，当功率的单位用瓦 (W)、时间的单位用秒 (s) 时，能量的单位为焦 (J)。在电气工程中，能量单位除用焦之外，还常用千瓦时 ( $\text{kW} \cdot \text{h}$ )。功率为 1000W 的家用电器，使用 1 小时，吸收的能量为  $1\text{kW} \cdot \text{h}$ ，俗称 1 度电。

一个二端元件，如果对于所有的时刻  $t$ ，元件吸收的能量满足

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(\xi) d\xi \geq 0 \quad \forall t$$

则称该元件是无源的，否则就称为有源的。

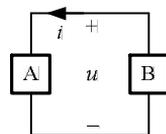


图 1-8 例 1-1 图

### 1.3 基尔霍夫定律

集总参数电路由各种元件通过理想导线连接而成，若将每一个二端元件视为一条支路 (branch)，则分别称流经元件的电流和元件的端电压为支路电流和支路电压，它们是集总参数电路分析的对象。集总参数电路的基本规律也将用支路电流和支路电压来表达。

为了表达电路的基本规律，先介绍几个名词。支路的含义已如上所述。支路的连接点称为结点 (node)。在图 1-9 所示电路中共有 7 条支路，5 个结点。显然，结点是两条或两条以上支路的连接点。为方便起见，在分析电路时，也可把支路看成是一个具有两个端子而由多个元件串联而成的组合。例如，把图中的元件 1 和 2 看作一条支路，这样，连接点 E 就不算结点。电路中的任一闭合路径称为回路 (loop)，

例如，图中元件 1、2、3、4，元件 3、5、6，元件 1、2、4、6、5 均构成回路，该电路共有 7 个回路。在回路内部不另含有支路的回路称为网孔 (mesh)，例如，图中元件 3、5、6，元件 4、6、7 均构成网孔，该电路有 3 个网孔。

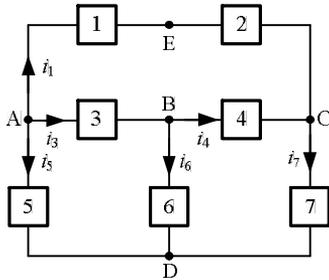


图 1-9 具有 5 个结点的电路

所谓电路的基本规律，包含两方面的内容。一是电路作为一个整体来看应服从什么规律，二是电路的各个组成部分各有什么表现，也就是其特性如何。这两方面都是不可少的。因为电路是由元件组成的，这个电路表现如何，既要这些元件是怎样连接而构成一个整体的，又要看每个元件各具有什么特性。本节先说明电路整体的基本规律，即基尔霍夫定律。

### 1.3.1 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff's Current Law, KCL) 可表述为：对于任一集总参数电路中的任一结点，在任一时刻，流出（或流入）该结点的所有支路电流的代数和为零。其数学表达式为

$$\sum i = 0 \quad (1-4)$$

对结点应用 KCL 建立电路方程时，根据各支路电流的参考方向，既可规定流出结点的电流为正，也可规定流入结点的电流为正，两种取法任选一种。

例如，对图 1-9 所示电路应用 KCL，取流出结点的电流为正，可得

$$\text{结点 A} \quad i_1 + i_3 + i_5 = 0 \quad (1-5A)$$

$$\text{结点 B} \quad -i_3 + i_4 + i_6 = 0 \quad (1-5B)$$

$$\text{结点 C} \quad -i_1 - i_4 + i_7 = 0 \quad (1-5C)$$

$$\text{结点 D} \quad -i_5 - i_6 - i_7 = 0 \quad (1-5D)$$

式 (1-5) 称为 KCL 方程或结点电流方程。

基尔霍夫电流定律又称基尔霍夫第一定律，其物理背景是电荷守恒定律。

KCL 适用于任何集总参数电路，它与元件的性质无关。由 KCL 所得到的电路方程是齐次线性代数方程，它表明了电路中与结点相连接各支路电流所受的

线性约束。

KCL 一般用于结点，但对包围几个结点的闭合面（可称为广义结点，即图论中的割集）也是适用的。例如，对图 1-10 中的闭合面 S，有

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (1-6)$$

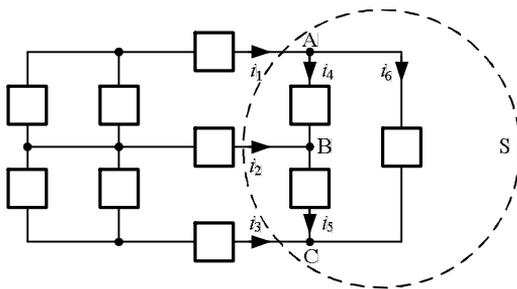


图 1-10 KCL 用于广义结点

下面证明式 (1-6)，以说明 KCL 为什么可用于包围几个结点的闭合面。

图 1-10 中的闭合面 S 内有 3 个结点，即结点 A、B 和 C，以电流流入为正，对这 3 个结点分别列写 KCL 方程，可得

$$\text{结点 A} \quad i_1 - i_4 - i_6 = 0$$

$$\text{结点 B} \quad i_2 + i_4 - i_5 = 0$$

$$\text{结点 C} \quad i_3 + i_5 + i_6 = 0$$

将以上 3 个式子相加，可得  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ ，即式 (1-6)。

S 内的电流  $i_4$ 、 $i_5$  和  $i_6$  为什么不会在式 (1-6) 中出现呢？从上面的证明过程可以看出， $i_4$ 、 $i_5$  和  $i_6$  是仅在 S 内流动的支路电流，它们在 S 所包围的所有结点的电流方程中各自出现两次，一次为正，一次为负，其和必为零，因此不会在式 (1-6) 中出现。

如果某一电路的两个分离部分之间只有一条连接导线，如图 1-11 所示，根据 KCL 可知，流过导线的电流  $i$  必为零。

**例 1-2** 求图 1-12 所示电路中的未知电流。

**解：**根据 KCL，可得

$$\text{结点 A} \quad i_1 - 2 + 1 = 0 \Rightarrow i_1 = 1\text{A}$$

$$\text{结点 C} \quad i_2 - 3 + 1 = 0 \Rightarrow i_2 = 2\text{A}$$

$$\text{结点 D} \quad i_3 - 8 + 2 = 0 \Rightarrow i_3 = 6\text{A}$$

$$\text{结点 E} \quad i_4 - i_3 + 5 = 0 \Rightarrow i_4 = 1\text{A}$$

结点 F

$$i_5 + i_4 + 3 = 0 \Rightarrow i_5 = -4A$$

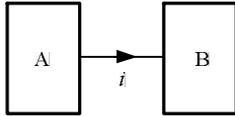


图 1-11 KCL 的应用

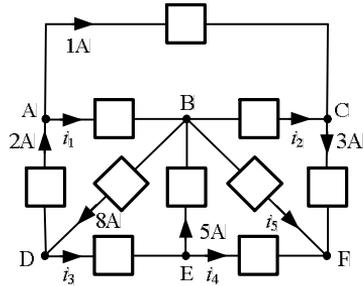


图 1-12 例 1-2 图

下面介绍 KCL 方程的独立性。

KCL 方程并非都是独立的。例如，把式 (1-5) 的四个方程相加就会出现  $0 \equiv 0$  的恒等式，这说明这 4 个方程不是相互独立的，而是线性相关的，其中任何一个方程是另外三个方程的线性组合。一般地讲，对具有  $n$  个结点的电路，可列出  $n-1$  个独立的 KCL 方程。这个问题可说明如下：在电路中，每条支路总是连接于两个结点之间，每个支路电流从某一结点流入，必从另一结点流出。这样，如果对电路的全部结点列写 KCL 方程，那么每个支路电流必然出现两次，且一次取正号、一次取负号，将所有结点的 KCL 方程相加必然出现  $0 \equiv 0$  的恒等式，因此这  $n$  个 KCL 方程是线性相关的。但是，从这  $n$  个方程中任意去掉一个，余下的  $n-1$  个方程一定是互相独立的。因为去掉一个 KCL 方程，则这方程中的支路电流在其他 KCL 方程中就只可能出现一次，因而如果把其余的  $n-1$  个 KCL 方程相加，这些支路电流就不可能与其他支路电流相消，相加的结果不可能恒为零，因而这  $n-1$  个 KCL 方程是互相独立的。

能提供独立的 KCL 方程的结点，称为独立结点。值得注意的是，独立结点是由  $n-1$  个结点构成的一组结点，这  $n-1$  个结点的 KCL 方程是互相独立的。具有  $n$  个结点的电路，任意  $n-1$  个结点均构成独立结点。

### 1.3.2 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律 (Kirchhoff's Voltage Law, KVL) 可表述为：对于任一集总参数电路中的任一回路，在任一时刻，沿该回路所有支路电压的代数和等于零。其数学表达式为

$$\sum u = 0 \quad (1-7)$$

应用 KVL 时，应指明回路的绕行方向。绕行方向可任意选取，既可取顺时针

方向，也可取逆时针方向。当支路电压的参考方向与回路的绕行方向一致时，该支路电压取正号，反之取负号。

例如，对图 1-13 所示电路应用 KVL 可得方程

$$\text{回路 1} \quad u_1 - u_2 - u_3 = 0 \quad (1-8A)$$

$$\text{回路 2} \quad u_2 - u_4 + u_5 = 0 \quad (1-8B)$$

$$\text{回路 3} \quad u_3 - u_5 + u_6 = 0 \quad (1-8C)$$

$$\text{回路 4} \quad u_1 - u_4 + u_6 = 0 \quad (1-8D)$$

式 (1-8) 称为 KVL 方程或回路电压方程。

基尔霍夫电压定律又称基尔霍夫第二定律，其物理背景是能量守恒定律。

KVL 适用于任何集总参数电路，它与元件的性质无关。由 KVL 所得到的电路方程是齐次线性代数方程，它表明了构成回路的电压所受的线性约束。

在电路分析中，常常要求得某两点之间的电压。根据 KVL 容易得出：在集总参数电路中，任意两点 A、B 之间的电压  $u_{AB}$  等于沿 A 到 B 的任一路径上所有支路电压的代数和。例如，对图 1-14 所示电路，从 A 到 B 有 7 条路径， $u_{AB}$  可由下面 7 个表达式中的任一个求得

$$u_{AB} = u_1 + u_6$$

$$u_{AB} = u_2 + u_7$$

$$u_{AB} = u_3 + u_8$$

$$u_{AB} = u_1 + u_4 + u_7$$

$$u_{AB} = u_2 - u_4 + u_6$$

$$u_{AB} = u_2 + u_5 + u_8$$

$$u_{AB} = u_3 - u_5 + u_7$$

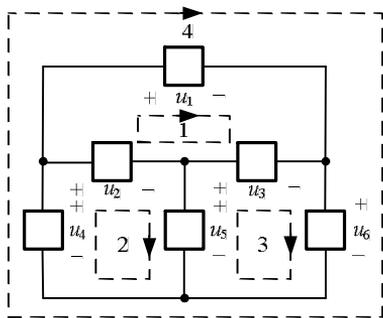


图 1-13 多回路电路

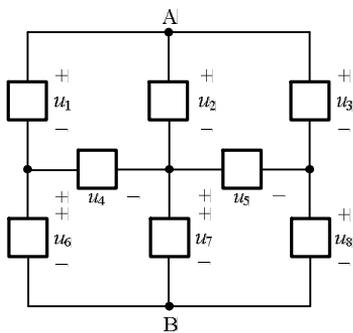


图 1-14 两结点之间的电压

例 1-3 求图 1-15 所示电路中的未知电压。

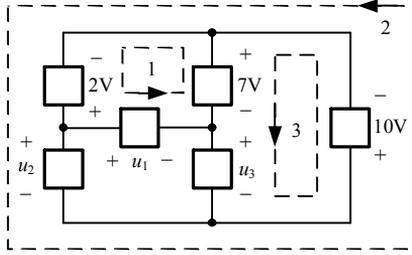


图 1-15 例 1-3 图

解：根据 KVL，可得

$$\text{回路 1} \quad u_1 - 2 - 7 = 0 \Rightarrow u_1 = 9\text{V}$$

$$\text{回路 2} \quad u_2 - 2 + 10 = 0 \Rightarrow u_2 = -8\text{V}$$

$$\text{回路 3} \quad u_3 + 7 + 10 = 0 \Rightarrow u_3 = -17\text{V}$$

下面介绍 KVL 方程的独立性。

KVL 方程也并非都是独立的。例如，图 1-13 所示电路只有 6 个支路电压，但有 7 个回路，相应地可写出 7 个 KVL 方程，方程数比支路电压数还多，显然这 7 个方程是非独立的。可以证明：对任一具有  $n$  个结点、 $b$  条支路的电路，可列出  $b - (n - 1)$  个独立的 KVL 方程。

能提供独立的 KVL 方程的回路，称为独立回路。值得注意的是，独立回路是由  $b - (n - 1)$  个回路构成的一组回路，这  $b - (n - 1)$  个回路的 KVL 方程是互相独立的。具有  $n$  个结点、 $b$  条支路的电路，从中任选  $b - (n - 1)$  个回路，不一定能构成独立回路。独立回路可以这样选取：使所选的每一个回路中都包含有一个其他回路所不包含的新支路。对于复杂的电路，可借助网络图论的相关知识来确定独立回路，本书中对网络图论不作详细介绍。

## 1.4 电阻电路元件

上节讨论了电路中各支路电流之间以及各支路电压之间分别应遵循的规律。电路是由元件连接组成的，而各种元件都有精确的定义，由此可确定每一元件电压与电流之间的关系（Voltage Current Relation, VCR）。元件的 VCR 连同基尔霍夫定律构成了集总参数电路分析的基础。

本书涉及的电路元件有电阻元件、电容元件、电感元件、耦合电感元件、理想变压器、独立电源和受控电源。电阻元件、独立电源和受控电源放在本节介绍，其他元件放在后面的章节介绍。

### 1.4.1 电阻元件

电阻元件是从实际电阻器抽象出来的模型，用以反映电阻器对电流呈现阻力的性能。

一个二端元件，如果在任意时刻  $t$ ，其两端的电压  $u$  与流经它的电流  $i$  之间的关系能用  $u-i$  平面（或  $i-u$  平面）上通过原点的一条曲线所确定，则此二端元件称为电阻元件。 $u-i$  平面（或  $i-u$  平面）上的这条曲线称为电阻元件在时刻  $t$  的伏安特性曲线。

电阻元件按其伏安特性曲线是否为通过原点的直线可分为线性电阻元件和非线性电阻元件，按其伏安特性曲线是否随时间变化可分为时不变电阻元件和时变电阻元件。

#### 一、线性时不变电阻元件

如果一个电阻元件的伏安特性曲线是一条不随时间变化、通过原点的直线，则该电阻元件称为线性时不变电阻元件，其电路符号如图 1-16 (a) 所示。在电压和电流取关联参考方向的情况下，线性时不变电阻元件的伏安特性曲线如图 1-16 (b) 所示，该伏安特性曲线的数学描述为

$$u = Ri \quad (1-9A)$$

或

$$i = Gu \quad (1-9B)$$

式中， $R$  称为电阻，单位为欧[姆] ( $\Omega$ )，它的大小也就是电阻元件伏安特性曲线的斜率； $G$  称为电导，单位是西[门子] (S)； $R$  和  $G$  互为倒数，即  $G = 1/R$ 。 $R$  和  $G$  都是电阻元件的参数。式 (1-9) 就是欧姆定律的数学表达式，因此，线性时不变电阻元件是一种满足欧姆定律的电阻元件。为了表述方便，本书把线性时不变电阻元件简称为电阻。

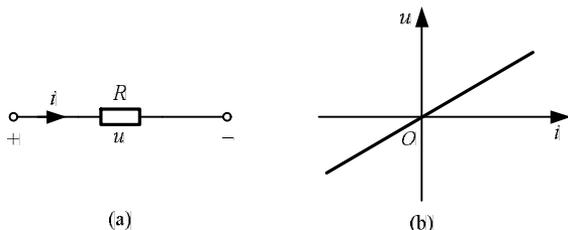


图 1-16 线性时不变电阻元件的电路符号及伏安特性曲线

式 (1-9) 中的  $R$  或  $G$  既可取正值，也可取负值。把  $R$  或  $G$  取正值的电阻称为正电阻，把  $R$  或  $G$  取负值的电阻称为负电阻。通常，电阻一词指具有正实常数

$R$  或  $G$  的线性时不变电阻。本书中，除非特别说明，电阻都是指正电阻。利用电子电路可以实现负电阻，某些电子器件也表现出负电阻特性。

当  $R=0$  时，由式 (1-9) 可知，不论流过电阻的电流为多大，其两端的电压恒等于零，此时电阻相当于短路 (Short Circuit)，短路的伏安特性曲线就是  $u-i$  平面上与  $i$  轴重合的直线，如图 1-17 (a) 所示。当  $G=0$  (即  $R=\infty$ ) 时，由式 (1-9) 可知，不论施加电阻两端的电压为多大，流经电阻的电流恒等于零，此时电阻相当于开路 (Open Circuit)，开路的伏安特性曲线就是  $u-i$  平面上与  $u$  轴重合的直线，如图 1-17 (b) 所示。如果电路中的一对端子 1-1' 之间呈断开状态，如图 1-17 (c) 所示，这相当于 1-1' 之间接有  $R=\infty$  的电阻，此时称 1-1' 处于开路。如果把一对端子 1-1' 用理想导线 (电阻为零) 连接起来，称这对端子 1-1' 被短路，如图 1-17 (d) 所示。

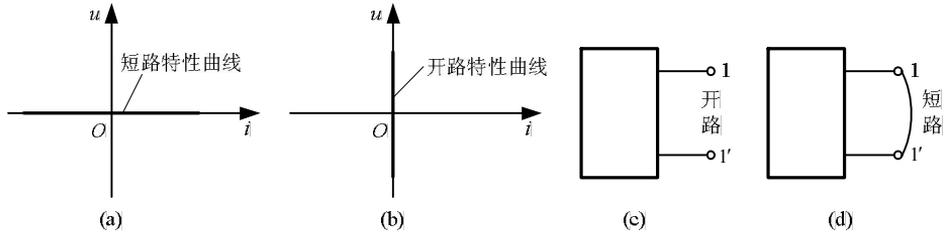


图 1-17 短路、开路的伏安特性曲线及示例

当电阻的电压和电流取关联参考方向，其吸收的功率为

$$p = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R}$$

显然，如果  $R$  为正值，则  $p$  非负，电阻吸收功率，即正电阻属于耗能元件和无源元件；如果  $R$  为负值，则  $p$  非正，电阻发出功率，即负电阻属于有源元件。

应该指出，式 (1-9) 是在电阻的电压和电流采用关联参考方向的情况下得到的。若电压和电流采用非关联参考方向，则电阻的电压和电流关系为

$$u = -Ri$$

或

$$i = -Gu$$

作为理想电路元件，电阻元件上的电压和电流可以不受限制，但实际的电阻器件对电压、电流或功率却有一定的限额。因此，在实际使用电阻器件时，不仅要考虑其电阻值，还要考虑其额定功率。

## 二、非线性时不变电阻元件

由于在电路理论中，电阻元件一词有着如上所述的一般定义，这样便可在—

定条件下, 把一些电子、电气器件用电阻元件来表示。任何一个二端元件, 只要从端子上看能满足电阻元件的定义, 都可以看作电阻元件, 不论其内部结构和物理过程如何, 如二极管。

半导体二极管的电路符号如图 1-18 (a) 所示, 其中 A 端为阳极, K 端为阴极。当半导体二极管的电压和电流的参考方向如图 1-18 (a) 所示时, 其伏安特性可用函数表示为

$$i = I_S (e^{\frac{qu}{kT}} - 1) \quad (1-10)$$

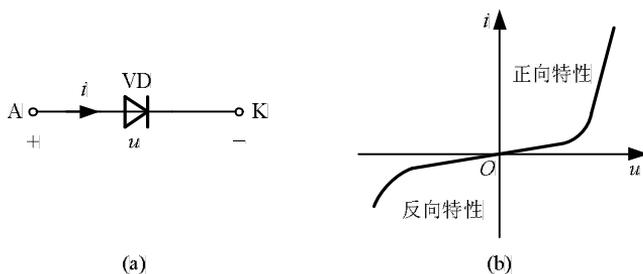


图 1-18 半导体二极管的电路符号及伏安特性曲线

式中,  $I_S$  为一常数, 称为反向饱和电流,  $q$  为电子的电荷 ( $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ),  $k$  为波尔兹曼常数 ( $1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$ ),  $T$  为热力学温度。当  $u > 0$  时, 称半导体二极管加正向电压; 当  $u < 0$  时, 称半导体二极管加反向电压。由式 (1-10) 可定性画出半导体二极管的伏安特性曲线, 如图 1-18 (b) 所示, 因此半导体二极管可看作一种非线性时不变电阻元件。

有时为了简化包含半导体二极管的电路的分析, 常把半导体二极管近似看作理想二极管。理想二极管的特点是: 加正向电压时, 二极管完全导通, 相当于短路; 加反向电压时, 二极管截止, 电流为零, 相当于开路。理想二极管的伏安特性曲线如图 1-19 所示。

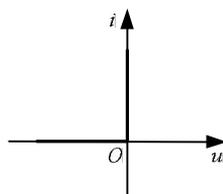


图 1-19 理想二极管的伏安特性曲线

## 1.4.2 独立电源

独立电源是实际电源的理想化模型, 包括电压源和电流源。独立电源在电路中起着“激励”作用, 将在电路中产生电压和电流, 这些由独立电源引起的电压和电流就是“响应”。

### 一、电压源

一个二端元件，如果其端电压  $u$  总能保持为给定的电压  $u_s(t)$ ，而与通过它的电流  $i$  无关，则称其为电压源。电压源的电路符号如图 1-20 (a) 所示，图中  $u_s(t)$  称为电压源的激励电压。当  $u_s(t)$  为恒定值时，这种电压源称为直流电压源，其伏安特性曲线如图 1-20 (b) 所示，图中  $U_s$  为常数；当  $u_s(t)$  是时间  $t$  的函数，这种电压源称为时变电压源，其伏安特性曲线如图 1-20 (c) 所示。

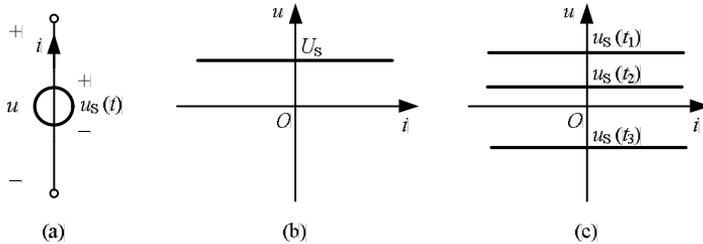


图 1-20 电压源的电路符号及其伏安特性曲线

电压源不接外电路时，电流  $i$  总为零值，这种情况称为“电压源处于开路”。如果一个电压源的电压  $u_s(t) = 0$ ，则其伏安特性曲线与  $i$  轴重合，相当于短路。把  $u_s(t) \neq 0$  的电压源短路是没有意义的，因为短路时端电压  $u = 0$ ，这与电压源的特性不相容。流过电压源的电流由电压源和与它相连的外电路共同决定。例如，电压源  $u_s(t)$  外接电阻  $R$ ，则流过电压源的电流  $i(t) = u_s(t) / R$ 。

电压源的端电压和电流常取非关联参考方向，如图 1-20 (a) 所示，此时电压源发出的功率

$$p(t) = u(t)i(t)$$

**例 1-4** 图 1-21 所示电路中， $U_{S1} = 4\text{V}$ ， $U_{S2} = 8\text{V}$ ， $U_{AB} = 20\text{V}$ ， $R_1 = 5\Omega$ ， $R_2 = 7\Omega$ ，求电流  $I$ 。

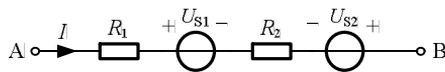


图 1-21 例 1-4 图

**解：**根据 KVL，得

$$U_{AB} = R_1 I + U_{S1} + R_2 I - U_{S2}$$

由此可得

$$I = \frac{U_{AB} - U_{S1} + U_{S2}}{R_1 + R_2} = \frac{20 - 4 + 8}{5 + 7} = 2\text{A}$$

## 二、电流源

一个二端元件，如果其端电流  $i$  总能保持为给定的电流  $i_s(t)$ ，而与它的端电压  $u$  无关，则称其为电流源。电流源的电路符号如图 1-22 (a) 所示，图中  $i_s(t)$  称为电流源的激励电流。当  $i_s(t)$  为恒定值时，这种电流源称为直流电流源，其伏安特性曲线如图 1-22 (b) 所示，图中  $I_s$  为常数；当  $i_s(t)$  是时间  $t$  的函数，这种电流源称为时变电流源，其伏安特性曲线如图 1-22 (c) 所示。

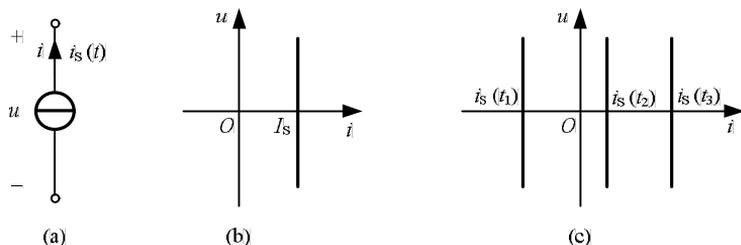


图 1-22 电流源的电路符号及其伏安特性曲线

电流源两端短路时，其端电压  $u = 0$ ，而  $i = i_s(t)$ 。如果一个电流源的电流  $i_s(t) = 0$ ，则其伏安特性曲线与  $u$  轴重合，相当于开路。把  $i_s(t) \neq 0$  的电流源开路是没有意义的，因为开路时的电流  $i$  必为零，这与电流源的特性不容。电流源的端电压由电流源和与它相连的外电路共同决定。例如，电流源  $i_s(t)$  外接电阻  $R$ ，则电流源的端电压  $u(t) = Ri_s(t)$ 。

电流源的端电压和电流常取非关联参考方向，如图 1-22 (a) 所示，此时电流源发出的功率

$$p(t) = u(t)i(t)$$

**例 1-5** 求图 1-23 中各元件的功率。

**解：**根据 KVL 可得电流源的端电压

$$U = 3 \times 1 + 5 = 8\text{V}$$

电流源发出的功率

$$p_{1\text{A}} = U \times 1 = 8 \times 1 = 8\text{W}$$

电压源吸收的功率

$$p_{5\text{V}} = 5 \times 1 = 5\text{W}$$

电阻吸收的功率

$$p_{3\Omega} = 3 \times 1^2 = 3\text{W}$$

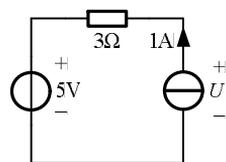


图 1-23 例 1-5 图

从该例可以看出，当电路中含有多个独立电源时，在有些情况下，电源也可以吸收功率。充电中的可充电电池就是独立电源吸收功率的一个实例。

### 1.4.3 受控电源

前面讨论的电阻元件、电压源和电流源均属二端元件，它们对外只有两个端子。下面介绍一种有 4 个端子的元件——受控电源。与独立电源不同，受控电源的输出电压或电流受到电路中其他支路的电压或电流的控制，也称为非独立电源。

受控电源是由电子器件抽象出来的一种模型。一些电子器件，如晶体管、真空管等均具有输入端的电压或电流能控制输出端的电压或电流的特点，随着电子器件的发展，人们提出了受控电源元件。受控电源是一种 4 端元件，它含有两条支路，其一为控制支路，这条支路或为开路或为短路；另一支路为受控支路，这条支路或用一个受控“电压源”表明该支路的电压受控制的性质，或用一个受控的“电流源”表明该支路的电流受控制的性质。这两种“电源”并非严格意义上的电源，只是一种借用。

受控电源可分为四种：电压控制电压源（Voltage Controlled Voltage Source, VCVS）、电压控制电流源（Voltage Controlled Current Source, VCCS）、电流控制电压源（Current Controlled Voltage Source, CCVS）、电流控制电流源（Current Controlled Current Source, CCCS）。这四种受控电源的电路符号如图 1-24 所示。为了与独立电源相区别，用菱形符号表示其电源部分。图 1-24 中  $u_1$  和  $i_1$  分别表示控制电压和控制电流， $\mu$ 、 $g$ 、 $r$  和  $\beta$  分别是有关的控制系数， $\mu$  称为转移电压比， $g$  称为转移电导， $r$  称为转移电阻， $\beta$  称为转移电流比。这些控制系数为常数时，被控制量与控制量成正比，这种受控电源称为线性时不变受控电源。本书只考虑线性时不变受控电源，使用时简称受控电源。

下面讨论受控电源吸收的功率。如图 1-24 所示，采用关联参考方向，则受控电源吸收的功率为

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2$$

由于控制支路不是开路（ $i_1 = 0$ ）就是短路（ $u_1 = 0$ ），因此上式可写成

$$p = u_2 i_2$$

以 VCCS 为例来计算受控电源吸收的功率。如图 1-25 所示，将 VCCS 的控制支路与电压源  $u_s$  相连，被控制支路与电阻  $R_L$  相连。此时由于  $u_2 = -R_L i_2$ ， $i_2 = g u_1$ ，因此 VCCS 吸收的功率为

$$p = u_2 i_2 = -R_L i_2^2 = -R_L (g u_1)^2 = -R_L g^2 u_1^2$$

上式表明，受控电源吸收的功率为非正值，即受控电源实际发出功率，因此受控电源是一种有源元件。

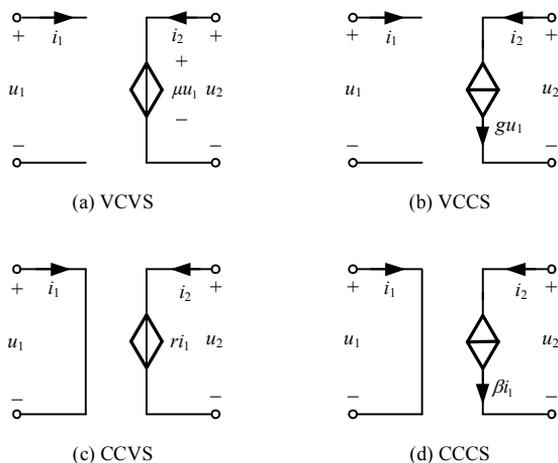


图 1-24 受控电源

受控电源与独立电源都是有源元件，都能对外提供能量，但两者是完全不同的电路元件。独立电源本身能向电路提供能量，而受控电源向电路提供的能量来自于使该受控电源正常工作的外加独立电源，这是两者的本质区别。一个电路中，如果没有独立电源，那么即使有再多的受控电源，该电路中也不会产生任何电压和电流。

**例 1-6** 电路如图 1-26 所示，已知  $I_S = 1\text{A}$ ，VCCS 的控制系数  $g = 3\text{S}$ ，求电压  $U$ 。

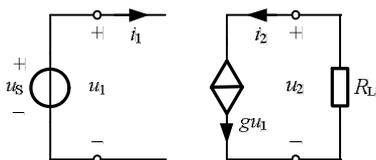


图 1-25 受控电源吸收的功率

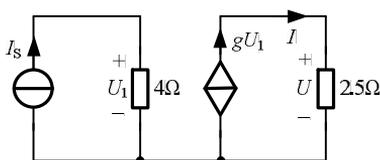


图 1-26 例 1-6 图

解：

$$U_1 = 4I_S = 4 \times 1 = 4\text{V}$$

$$I = gU_1 = 3 \times 4 = 12\text{A}$$

$$U = 2.5I = 2.5 \times 12 = 30\text{V}$$

**例 1-7** 电路如图 1-27 所示，求受控电流源发出的功率。

解：根据 KCL 可得

$$I = I_1 + 0.5I_1$$

对左边网孔列写 KVL 方程

$$3I_1 + 2I - 18 = 0$$

联立求解以上两式，可得

$$I_1 = 3\text{A}, \quad I = 4.5\text{A}$$

因此

$$U = 2I = 2 \times 4.5 = 9\text{V}$$

故受控电流源发出的功率

$$p = U \times 0.5I_1 = 9 \times 0.5 \times 3 = 13.5\text{W}$$

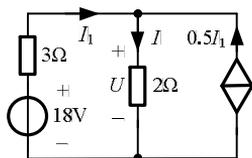


图 1-27 例 1-7 图

由线性时不变电阻、独立电源和线性时不变受控电源组成的电路称为线性时不变电阻电路，简称电阻电路。以下三章将进一步讨论电阻电路的分析和计算。

## 1.5 应用实例：安全用电与人体电路模型

所谓安全用电，是指在使用各种用电设备时，为防止各种电气事故危及人的生命及设备的正常运行所采取的必要安全措施和规定的用电注意事项。

电作为一种能量形式，在特定的情况下可能导致电伤害。在高压输电线或大型电气设备附近往往可以看到“危险—高压”等类似的警告牌，这说明电能可能是危险的。

电能能否造成人身伤害取决于电流的大小、持续的时间、频率和电流如何通过人体。电流的大小取决于电压和电阻。人体电阻大约为  $10 \sim 50\text{k}\Omega$ ，当角质层被破坏时，则降到  $800 \sim 1000\Omega$ 。为了不至于造成人身伤害，有必要给出安全电压值或安全电流值。目前，大多数国家将交流  $50\text{V}$  作为安全电压的极限值。我国规定交流  $42\text{V}$ 、 $36\text{V}$ 、 $24\text{V}$ 、 $12\text{V}$  和  $6\text{V}$  为安全电压的额定值。电气设备安全电压值的选用应根据使用环境、使用方式和工作人员状况等因素选用不同等级的安全电压。目前根据国际电工委员会标准，不论男女老少均采用  $10\text{mA}$  作为安全电流值。

电流对人体能产生综合性的影响。电流通过人体后，使肌肉收缩产生运动，造成机械性损伤。电流产生的生物化学反应将引起人体一系列的病理反应和变化，从而使人体遭受严重的伤害。其中尤为严重的是当电流流经心脏时，微小的电流

即可引起心室颤动，甚至导致死亡。表 1-1 给出人体对不同电流的生理反应，这些数据是科学家通过事故原因分析获得的近似结果。

表 1-1 人体对电流的生理反应

电流大小/mA	生理反应
1~5	能感觉到，但无害
10	有害电击，但没有失去肌肉控制
23	严重有害电击，肌肉收缩，呼吸困难
35~50	极端痛苦
50~70	肌肉麻痹
235	心脏颤动，通常在几秒钟内死亡
500	心脏停止跳动

可以通过建立简单的人体电路模型来进一步研究电流流经人体的情况。图 1-28 (a) 为人体简化电路模型，其中  $R_1 \sim R_4$  分别表示头颈、臂、胸腹和腿的电阻。一种可能的触电方式为手和单脚接触电气设备电源的两端而遭受电击，如图 1-28 (b) 所示，其中  $R_{p1}$ 、 $R_{p2}$  分别为手部和脚部的接触电阻， $u_S$  为电源电压。通常我们可以假设  $u_S = 220\text{V}$ ， $R_1 = 500\Omega$ ， $R_2 = 350\Omega$ ， $R_3 = 50\Omega$ ， $R_4 = 200\Omega$ ， $R_{p1} = 3\text{k}\Omega$ ， $R_{p2} = 8\text{k}\Omega$ ，则流过人体的电流为

$$i = \frac{u_S}{R_{p1} + R_2 + R_3 + R_4 + R_{p2}} = \frac{220}{3000 + 350 + 50 + 200 + 8000} = 18.97\text{mA}$$

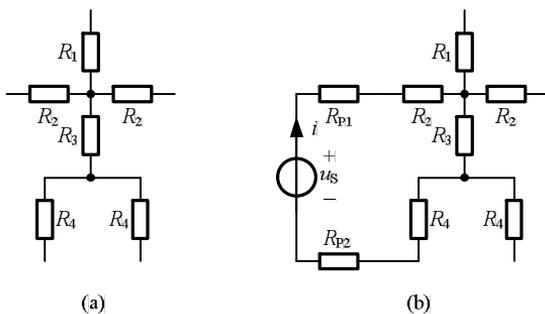


图 1-28 人体简化电路模型

可见，流经人体的电流超过了安全电流值，如果触电将导致电击安全事故。一旦出现触电事故，先要切断电源，再实施其他抢救措施。



### 本章小结

(1) 电路理论研究的直接对象是电路模型，而不是实际电路。电路模型是对实际电路的科学抽象。电路模型是由电路元件连接而成的整体。

(2) 电路理论主要研究电路中发生的电磁现象，用电压、电流和功率等物理量来描述其中发生的过程。

(3) 电压和电流的参考方向是电路理论中的一个重要概念。在电路分析和计算前，必须在电路图中标出参考方向。参考方向可以任意指定，但一经指定，在电路分析和计算的过程中则不能更改。

(4) 当电压和电流取关联参考方向， $p = ui$  表示吸收功率，若  $p > 0$ ，实际吸收功率，若  $p < 0$ ，实际发出功率；当电压和电流取非关联参考方向， $p = ui$  表示发出功率，若  $p > 0$ ，实际发出功率，若  $p < 0$ ，实际吸收功率。

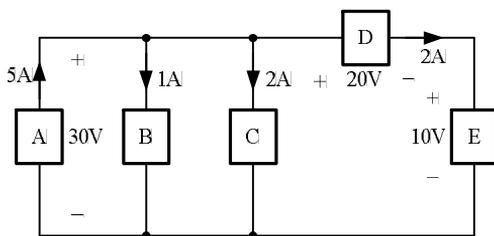
(5) 基尔霍夫定律是集总参数电路的基本定律，包括 KCL 和 KVL，其中 KCL 描述电路中各支路电流之间的约束关系，KVL 描述电路中各支路电压之间的约束关系。

(6) 电阻、独立电源和受控电源都是常见的电路元件。电路元件的 VCR 与基尔霍夫定律一起构成集总参数电路分析的基础。



### 习题一

1-1 求图题 1-1 所示电路中每个元件的功率，并说明是吸收还是发出功率。



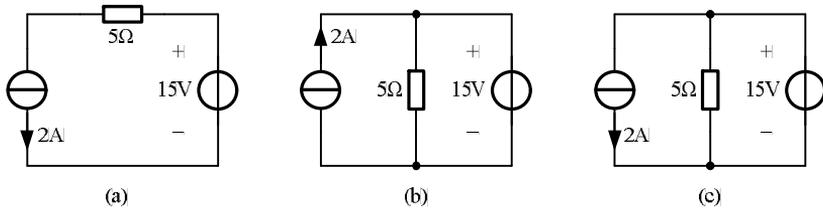
图题 1-1

1-2 求图题 1-2 所示各电路中每个元件的功率，并说明是吸收还是发出功率。

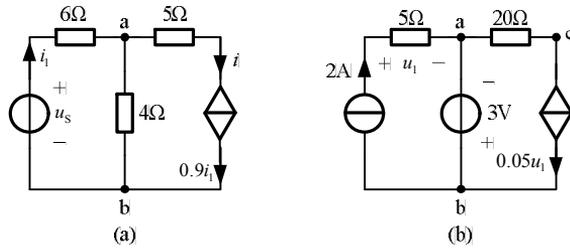
1-3 电路如图题 1-3 所示，试求：(1) 图 (a) 中的  $i_1$  和  $u_{ab}$ ；(2) 图 (b) 中的  $u_{cb}$ 。

1-4 电路如图题 1-4 所示，试求指定的电压和电流。

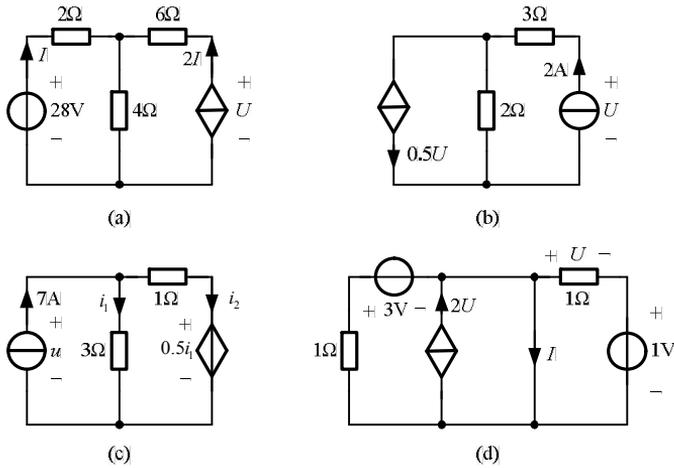
1-5 电路如图题 1-5 所示，试求电压  $U$ 。



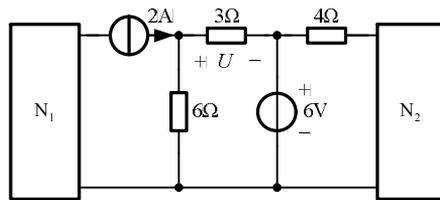
图题 1-2



图题 1-3

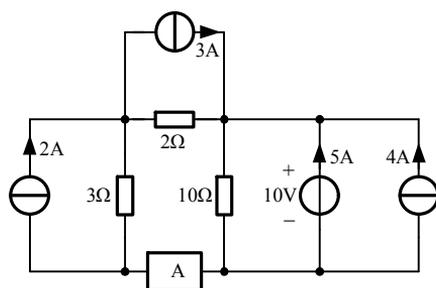


图题 1-4



图题 1-5

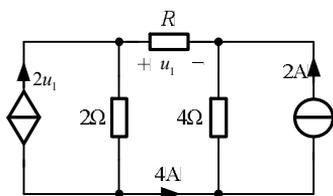
1-6 电路如图题 1-6 所示, 求元件 A 吸收的功率  $P_A$ 。



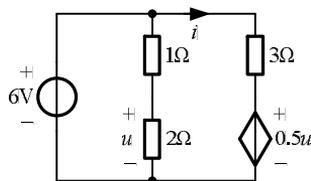
图题 1-6

1-7 电路如图题 1-7 所示, 求电阻  $R$  的值。

1-8 电路如图题 1-8 所示, 求电流  $i$ 。



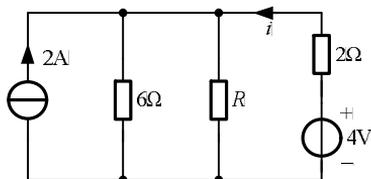
图题 1-7



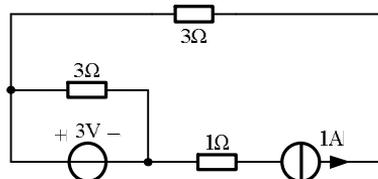
图题 1-8

1-9 电路如图题 1-9 所示, 求  $R$  为何值时电流  $i$  为零。

1-10 电路如图题 1-10 所示, 求两个电源的功率。



图题 1-9



图题 1-10