

## 第3章 一阶动态电路



- 掌握用三要素法分析一阶动态电路的方法。
- 理解电路的暂态和稳态以及时间常数的物理意义。
- 了解一阶电路的零输入响应、零状态响应和全响应的概念。

前面几章讨论的电路，无论是直流电路还是交流电路，在电路连接方式和元件参数不变的条件下，只要电源输出信号的幅值、波形和频率恒定，各支路电流和各部分电压也必将稳定在一定的数值上，这种状态称为电路的稳定状态，简称稳态。

在含有储能元件电容  $C$  和电感  $L$  的电路中，当电路的工作条件发生变化时，电路中各处的电压和电流都会发生变化，即电路将从原来的稳定状态变化到新的稳定状态。一般情况下，这种变化不是瞬间完成的，需要一定时间，在这段时间内称电路处于过渡过程。在过渡过程中，电路中各处的电压和电流处于暂时的不稳定状态。由于相对于稳定状态而言，过渡过程所经历的时间是很短暂的，故又称暂态过程，简称暂态或动态，电路称为动态电路，相应地，储能元件也称为动态元件。

本章首先介绍动态电路产生暂态过程的原因和换路定理，接着介绍 RC 电路的响应，从而推导出求解一阶动态电路的三要素法，最后简单介绍 RL 电路的响应。

### 3.1 换路定理

#### 3.1.1 动态电路产生暂态过程的原因

在如图 3.1 所示的电路中，电容  $C$  与电阻  $R$  串联后接入直流电源。当开关  $S$  闭合前电容上未充电，两端的电压  $u_C = 0$ ，电路处于稳定状态。当把开关  $S$  闭合后，经过一段时间  $t$  后，电容电压增加到  $u_C = U_S$ ，电路又处于一种新的稳定状态。可见，如图 3.1 所示的电路在开关闭合后，电容电压只能逐渐地、连续地从零（开关闭合前的稳态值）变化到  $U_S$ （开关闭合后的稳态值）。这一变化过程，就是该电路在开关闭合后电容电压  $u_C$  变化的过渡过程。

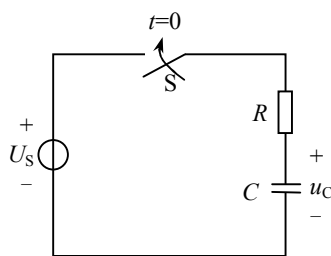


图 3.1 电容元件接入直流电源

从物理本质上看，电容电压  $u_C$  不能跃变，是由于能量不能跃变造成的。因为电容是储能元件，电容存储的能量与其两端的电压有关，而能量的增减需要一定的时间，不能一瞬间完成。所以，储能元件要完成储能的变化需要一个过渡过程，以便在这段时间内完成能量的转移、转

化和重新分配。

虽然过渡过程经历的时间很短,但对它的研究却有着十分重要的意义。例如,研究脉冲电路时,经常遇到电子器件的开关特性和电容器的充放电。由于脉冲是一种跃变信号,并且持续时间很短,因此人们注意的是电路的过渡过程,即电路中每个瞬时的电压和电流的变化情况。此外,电子技术中也常利用电路过渡过程现象改善波形或产生特定的波形。电路的过渡过程也有其有害的一面,例如,某些电路在接通或断开的过程中,会产生电压过高(称为过电压)或电流过大(称为过电流)的现象,从而损坏电气设备或器件。

因此,研究过渡过程的目的就是要掌握过渡过程中客观存在的物理现象的规律,在生产中既要充分利用过渡过程的特性,又要防止过渡过程所产生的危害。

### 3.1.2 换路定理

电路工作条件发生变化,如接通或切断电源、电路连接方法或电路元件参数突然变化等,统称为换路。通常规定换路是瞬间完成的。

电容中存储有电场能量,且电场能量的大小与电压的平方成正比,即  $W_C = \frac{1}{2}Cu_C^2$ ,换路时电场能量不能跃变,所以电容的电压  $u_C$  不能跃变。电感中存储有磁场能量,而磁场能量的大小与电流的平方成正比,即  $W_L = \frac{1}{2}Li_L^2$ ,换路时磁场能量不能跃变,所以电感的电流  $i_L$  也不能跃变。由此得到储能元件的换路定理:换路瞬间,电容上的电压  $u_C$  和电感中的电流  $i_L$  不能跃变。

设换路发生的时刻为  $t=0$ ,换路前的瞬间用  $t=0_-$  表示,换路后的瞬间用  $t=0_+$  表示,则换路定理可用公式表示为:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

必须注意的是,利用换路定理只能确定电路在换路后的初始时刻( $t=0_+$ )不能跃变的电容电压  $u_C$  和电感电流  $i_L$  的初始值,而电容电流  $i_C$ 、电感电压  $u_L$ ,以及电路中其他元件的电流和电压是可以跃变的(是否跃变由电路的具体结构而定)。

由换路定理确定了电容电压和电感电流的初始值后,电路中其他电流和电压的初始值可按以下原则计算确定:

(1) 换路后的  $t=0_+$  瞬间,电容元件可视为电压为  $u_C(0_+)$  的恒压源,如果  $u_C(0_+)=0$ ,则电容元件在换路后瞬间相当于短路。

(2) 换路后的  $t=0_+$  瞬间,电感元件可视为电流为  $i_L(0_+)$  的恒流源,如果  $i_L(0_+)=0$ ,则电感元件在换路后瞬间相当于开路。

(3) 利用 KCL 和 KVL 以及直流电阻电路的分析方法,计算电路在换路后  $t=0_+$  瞬间其他电流和电压的初始值。

**例 3.1** 如图 3.2(a) 所示的电路原处于稳态,  $t=0$  时开关 S 闭合,  $U_S=12\text{ V}$ ,  $R_1=4\ \Omega$ ,  $R_2=2\ \Omega$ ,  $R_3=6\ \Omega$ , 求初始值  $u_C(0_+)$ 、 $i_L(0_+)$ 、 $i_1(0_+)$ 、 $i_C(0_+)$  和  $u(0_+)$ 。

**解** (1) 求出开关 S 闭合前瞬间电容电压  $u_C(0_-)$  和电感电流  $i_L(0_-)$ 。由于  $t=0_-$  时电路

处于稳态, 电路中各处电流及电压都是常数, 因此电感两端的电压  $u_L = L \frac{di_L}{dt} = 0$ , 电感  $L$  可以看做短路; 电容中的电流  $i_C = C \frac{du_C}{dt} = 0$ , 电容  $C$  可以看做开路。由此可以画出  $t=0_-$  时的等效电路, 如图 3.2 (b) 所示。由图 3.2 (b) 可求得  $t=0_-$  时的电感电流和电容电压, 分别为:

$$i_L(0_-) = \frac{U_S}{R_1 + R_3} = \frac{12}{4 + 6} = 1.2 \text{ (A)}$$

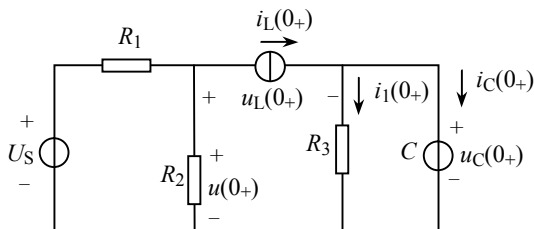
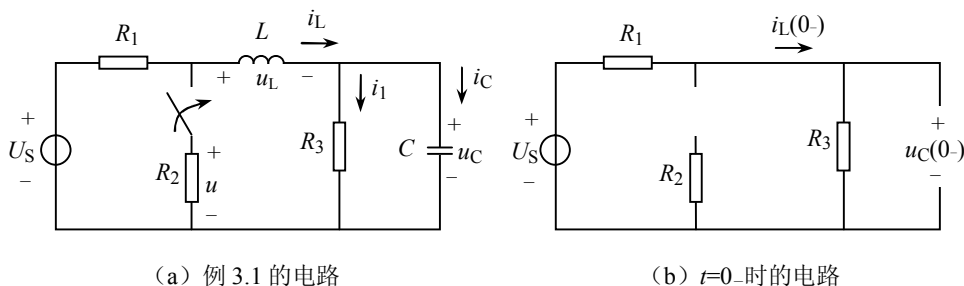
$$u_C(0_-) = i_1(0_-)R_3 = i_L(0_-)R_3 = 1.2 \times 6 = 7.2 \text{ (V)}$$

开关 S 闭合后瞬间, 根据换路定理有:

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1.2 \text{ (A)}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 7.2 \text{ (V)}$$

(2) 画出  $t=0_+$  时的等效电路。在  $t=0_+$  瞬间, 电容元件可视为电压  $u_C(0_+) = 7.2 \text{ V}$  的恒压源, 电感元件可视为电流  $i_L(0_+) = 1.2 \text{ A}$  的恒流源, 由此可以画出  $t=0_+$  时的等效电路, 如图 3.2 (c) 所示。



(c)  $t=0_+$  时的电路

图 3.2 例 3.1 的图

(3) 根据  $t=0_+$  时的等效电路, 运用直流电路的分析方法求出各电流、电压的初始值。由图 3.2 (c) 可得:

$$i_1(0_+) = \frac{u_C(0_+)}{R_3} = \frac{7.2}{6} = 1.2 \text{ (A)}$$

$$i_C(0_+) = i_L(0_+) - i_1(0_+) = 1.2 - 1.2 = 0 \text{ (A)}$$

$u(0_+)$  可用叠加定理由  $t=0_+$  时的电路求出, 为:

$$u(0_+) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_L(0_+) = \frac{2}{4 + 2} \times 12 - \frac{4 \times 2}{4 + 2} \times 1.2 = 4 - 1.6 = 2.4 \text{ (V)}$$

通过上面的例题，可归纳出求初始值的简单步骤如下：

- (1) 画出  $t = 0_-$  时的等效电路，求出  $u_C(0_-)$  和  $i_L(0_-)$ 。
- (2) 根据换路定理，画出  $t = 0_+$  时的等效电路。
- (3) 根据  $t = 0_+$  时的等效电路，运用直流电路的分析方法求出各电流和电压的初始值。

## 3.2 一阶动态电路的分析方法

电路分析中，通常把电源称为激励，而由激励产生的电流和电压称为响应。

由于动态元件的伏安关系为微分关系，因此，动态电路需要用微分方程来描述。只含一个动态元件的线性电路，可以用一阶线性常系数微分方程来描述，故称为一阶动态电路，简称一阶电路。

任何一个复杂的一阶电路，总可以用戴维南定理将其等效为一个简单的 RC 电路或 RL 电路。例如，对于如图 3.3 (a) 所示的电路，可以用戴维南定理将其等效为如图 3.3 (b) 所示的电路。因此，对一阶电路的分析，实际上可归结为对简单 RC 电路和 RL 电路的求解。

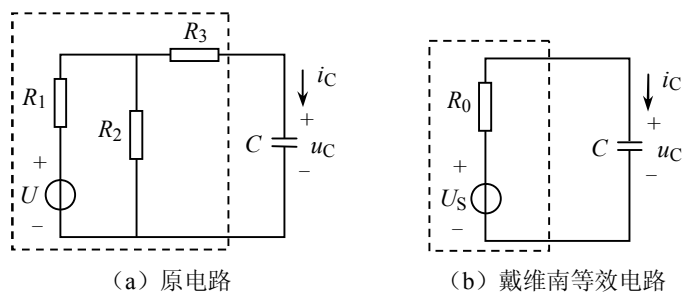


图 3.3 一阶电路的等效

一阶动态电路的分析方法有经典法和三要素法两种。

对一阶电路而言，以任一电流或电压作为变量，利用基尔霍夫定律和元件伏安关系可以列出换路后的电路方程，这个方程是一阶线性常系数微分方程，求解该微分方程，即得待求电流或电压的时间函数式，这种求解一阶电路的方法称为经典法。

如果作用于电路的电源为直流电源，则只要求出待求电流或电压在换路后的初始值、稳态值和电路的时间常数这 3 个要素，然后代入三要素公式即可写出待求电流或电压的时间函数式，这种利用三要素求解一阶电路的方法称为三要素法。

### 3.2.1 经典分析法

本节以 RC 电路为例讨论一阶动态电路的分析方法。

如图 3.4 (a) 所示为 RC 电路，设在  $t = 0$  时将开关 S 闭合。为了求出开关闭合后电容电压随时间变化的规律，可根据 KVL 列出电路的回路电压方程，为：

$$u_R + u_C = U_S$$

因为：

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

$$u_R = Ri_C = RC \frac{du_C}{dt}$$

从而得微分方程:

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U_S$$

上式是一阶常系数非齐次微分方程。常系数非齐次微分方程的通解由两部分组成,一个是它本身的特解 $u'_C$ ,另一个是补函数,即非齐次线性微分方程令其右端的非齐次项为零时,所对应的齐次微分方程 $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ 的通解 $u''_C$ ,故补函数又称为齐次解。将特解 $u'_C$ 和补函数 $u''_C$ 相加即得原非齐次微分方程的解,为:

$$u_C = u'_C + u''_C$$

(1) 求非齐次方程的特解。特解与电源电压或电源电流具有相同的形式,由于电路作用的是直流电源,所以特解为一常数。设 $u'_C = K$ ,代入原微分方程,得:

$$RC \frac{dK}{dt} + K = U_S$$

因为 $K$ 为常数,所以上式中的第一项为零,故得:

$$K = U_S$$

即:

$$u'_C = K = U_S$$

可见特解等于电源电压,它是电路在电源作用下达到稳态时电容电压的稳态值,称为稳态分量。又因为此特解是在外加电源强制作用下产生的,故又称为强制分量。

(2) 求补函数。令原微分方程右端的非齐次项为零,即得齐次微分方程,为:

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

设其解为:

$$u''_C = Ae^{pt}$$

式中 $A$ 为积分常数, $p$ 为特征方程的根。将上式代入齐次微分方程并消去公因子 $Ae^{pt}$ ,得出该微分方程的特征方程为:

$$RCp + 1 = 0$$

特征根为:

$$p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau}$$

所以,补函数为:

$$u''_C = Ae^{-\frac{t}{\tau}} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

式中 $\tau = RC$ 具有时间的单位秒(s),称为RC电路的时间常数。

由补函数的表达式可以看出,当 $t \rightarrow \infty$ 时,补函数 $u''_C \rightarrow 0$ ,所以补函数只存在于暂态过程中,故补函数称为暂态分量。另一方面,补函数的变化规律与电源的变化规律无关,只按指数规律衰减,故补函数又称为自由分量。

(3) 求常系数非齐次微分方程的通解。常系数非齐次微分方程的通解等于稳态分量与暂态分量之和,即:

$$u_C = u'_C + u''_C = U_S + Ae^{-\frac{t}{\tau}} = U_S + Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

式中的积分常数  $A$  可根据已知的初始值确定。

(4) 确定积分常数。设电容电压初始值为  $u_C(0_+) = U_0$ ，则在  $t = 0_+$  时有：

$$u_C(0_+) = U_S + A = U_0$$

所以积分常数为：

$$A = U_0 - U_S$$

从而求得电容电压  $u_C$  随时间变化的规律为：

$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{RC}}$$

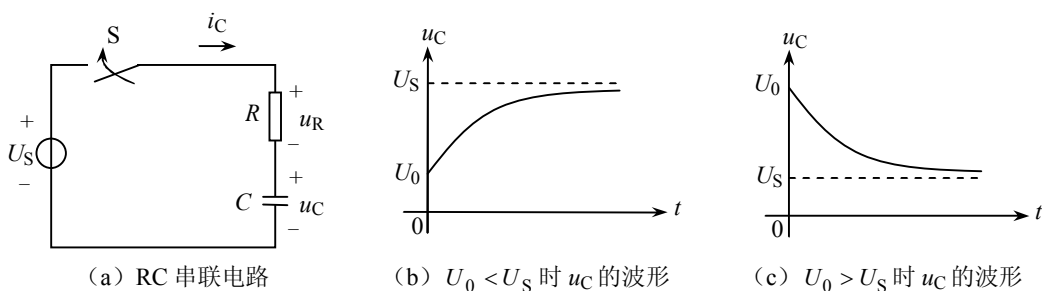


图 3.4 RC 串联电路及其电容电压  $u_C$  的波形

$U_0 < U_S$  时  $u_C$  的变化曲线如图 3.4 (b) 所示， $u_C$  随时间从初始值  $U_0$  按指数规律上升到稳态值  $U_S$ ，电路的过渡过程是电源通过电阻  $R$  向电容  $C$  充电的过程。 $U_0 > U_S$  时  $u_C$  的变化曲线如图 3.4 (c) 所示， $u_C$  随时间从初始值  $U_0$  按指数规律下降到稳态值  $U_S$ ，电路的过渡过程是电容  $C$  通过电阻  $R$  向电源放电的过程。

电路中的电流为：

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_0 - U_S}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_0 - U_S}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$i_C$  的波形如图 3.5 (a) 所示，可见  $i_C$  随时间从初始值  $\frac{U_0 - U_S}{R}$  按指数规律下降到稳态值 0。

电阻上的电压为：

$$u_R = Ri_C = (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} = (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{RC}}$$

$u_R$  的波形如图 3.5 (b) 所示，可见  $u_R$  随时间从初始值  $U_0 - U_S$  按指数规律下降到稳态值 0。

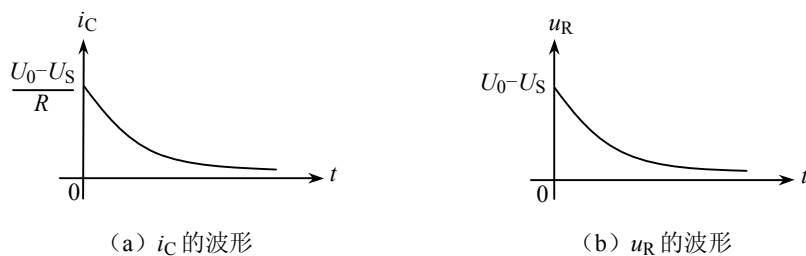


图 3.5 RC 串联电路中  $i_C$  及  $u_R$  的波形

从  $u_C$ 、 $i_C$  和  $u_R$  的表达式可知, 在同一个 RC 电路中, 各处的电流和电压都按同一时间常数  $\tau = RC$  的指数规律变化。

通过以上电路的求解, 可归纳出经典法求解一阶电路的步骤如下:

- (1) 利用基尔霍夫定律和元件的伏安关系, 根据换路后的电路列出微分方程。
- (2) 求微分方程的特解, 即稳态分量。
- (3) 求微分方程的补函数, 即暂态分量。
- (4) 将稳态分量与暂态分量相加, 即得微分方程的全解。
- (5) 按照换路定理求出暂态过程的初始值, 从而定出积分常数。

### 3.2.2 三要素分析法

上面求得 RC 电路中电容电压为:

$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{RC}}$$

其中,  $U_0 = u_C(0_+)$  为电容电压的初始值;  $U_S$  为稳态分量, 是  $t \rightarrow \infty$  时电容电压的稳态值, 即  $u_C(\infty) = U_S$ ;  $\tau = RC$  为 RC 电路的时间常数。初始值、稳态值和时间常数称为一阶电路的三要素。若已知三要素, 代入上式便可求出电容电压随时间变化的表达式, 这种求解一阶电路的方法称为三要素法。

值得注意的是, 如果作用于电路的电源为直流电源, 则三要素法并不仅仅局限于求解一阶电路的电容电压和电感电流, 也可用来求解任一支路的电流或电压。

假设在换路后的一阶电路中,  $f(t)$  表示任一支路的电流或电压,  $f(0_+)$  表示电流或电压的初始值,  $f(\infty)$  表示电流或电压的稳态值, 则求解任一支路电流或电压的三要素公式为:

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

对于 RC 电路, 时间常数为:

$$\tau = RC$$

其中  $R$  是从电容元件两端看进去的戴维南等效电源或诺顿等效电源的内阻。

**例 3.2** 在如图 3.6(a) 所示的电路中, 已知  $I_S = 10 \text{ mA}$ ,  $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 100 \mu\text{F}$ 。开关 S 闭合之前电路已处于稳态, 在  $t = 0$  时开关 S 闭合。试用三要素法求开关闭合后的  $u_C$ 。

**解** (1) 求初始值  $u_C(0_+)$ 。因为开关 S 闭合之前电路已处于稳态, 故在  $t = 0_-$  瞬间电容  $C$  可看做开路, 因此:

$$u_C(0_-) = I_S R_1 = 10 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^3 = 200 \text{ (V)}$$

开关 S 闭合瞬间, 根据换路定理, 有:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 200 \text{ (V)}$$

(2) 求稳态值  $u_C(\infty)$ 。当  $t \rightarrow \infty$  时, 电容  $C$  同样可看做开路, 因此:

$$u_C(\infty) = I_S \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10 \times 10^{-3} \times \frac{20 \times 5 \times 10^3}{20 + 5} = 40 \text{ (V)}$$

(3) 求时间常数  $\tau$ 。将电容支路断开, 恒流源开路, 如图 3.6(b) 所示, 可得:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4 \text{ (k}\Omega\text{)}$$

所以:

$$\tau = RC = 4 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-6} = 0.4 \text{ (s)}$$

(4) 求  $u_C$ 。利用三要素公式, 得:

$$u_C = 40 + (200 - 40)e^{-\frac{t}{0.4}} = 40 + 160e^{-2.5t} \text{ (V)}$$

$u_C$  的波形如图 3.6 (c) 所示。

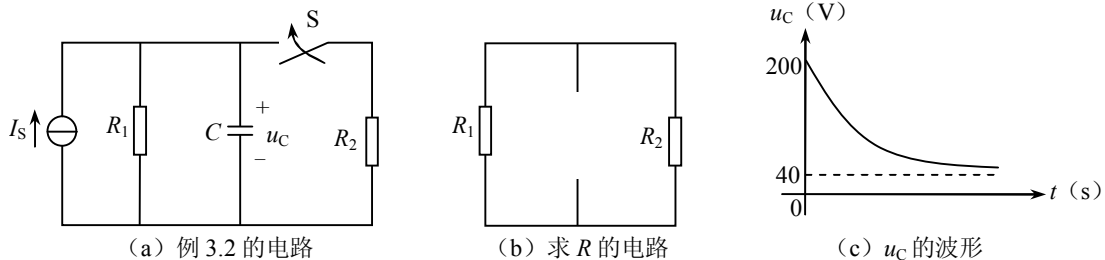


图 3.6 例 3.2 的图

**例 3.3** 在如图 3.7 (a) 所示的电路中, 已知  $U_S = 9 \text{ V}$ ,  $R_1 = 6 \Omega$ ,  $R_2 = 3 \Omega$ ,  $R_3 = 3 \Omega$ ,  $C = 2 \text{ F}$ 。开关  $S$  闭合之前电容无初始储能, 在  $t = 0$  时开关  $S$  闭合。试用三要素法求开关闭合后的电容电压  $u_C$  和通过电阻  $R_3$  的电流  $i_3$ 。

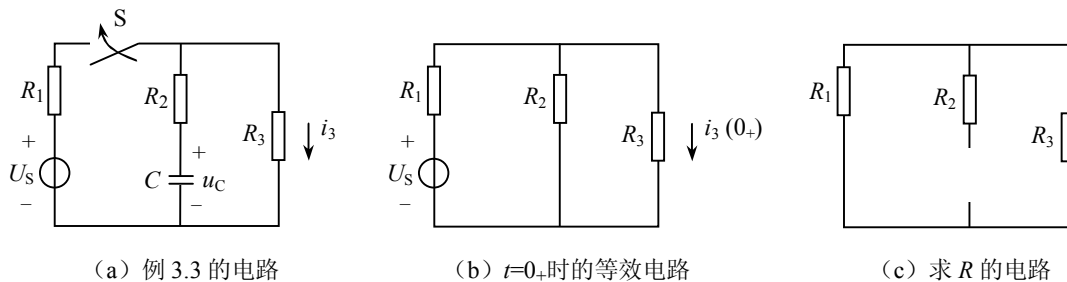


图 3.7 例 3.3 的图

**解** (1) 求初始值  $u_C(0_+)$  和  $i_3(0_+)$ 。因为开关  $S$  闭合之前电容无初始储能, 故:

$$u_C(0_-) = 0 \text{ (V)}$$

开关  $S$  闭合瞬间, 根据换路定理, 有:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0 \text{ (V)}$$

因为  $u_C(0_+) = 0 \text{ V}$ , 故  $t = 0_+$  时电容相当于短路, 如图 3.7 (b) 所示, 可求得:

$$i_3(0_+) = \frac{U_S}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{9}{6 + \frac{3 \times 3}{3 + 3}} \times \frac{3}{3 + 3} = 0.6 \text{ (A)}$$

(2) 求稳态值  $u_C(\infty)$  和  $i_3(\infty)$ 。当  $t \rightarrow \infty$  时, 电容可看做开路, 因此:

$$u_C(\infty) = \frac{R_3}{R_1 + R_3} U_S = \frac{3}{6 + 3} \times 9 = 3 \text{ (V)}$$

$$i_3(\infty) = \frac{U_S}{R_1 + R_3} = \frac{9}{6 + 3} = 1 \text{ (A)}$$

(3) 求时间常数 $\tau$ 。将电容支路断开, 恒压源短路, 如图 3.7 (c) 所示, 可得:

$$R = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 3 + \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$$

所以:

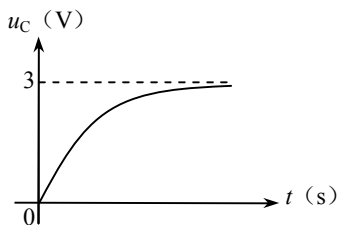
$$\tau = RC = 5 \times 2 = 10 \text{ (s)}$$

(4) 求 $u_C$ 和 $i_3$ 。利用三要素公式, 得:

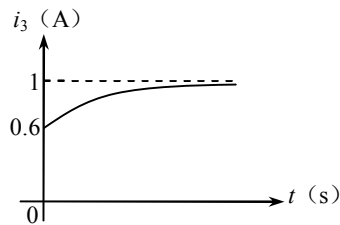
$$u_C = 3 + (0 - 3)e^{-\frac{t}{10}} = 3 - 3e^{-0.1t} \text{ (V)}$$

$$i_3 = 1 + (0.6 - 1)e^{-\frac{t}{10}} = 1 - 0.4e^{-0.1t} \text{ (A)}$$

$u_C$ 及 $i_3$ 的波形如图 3.8 所示。



(a)  $u_C$  的波形



(b)  $i_3$  的波形

图 3.8  $u_C$  及  $i_3$  的波形

### 3.3 RC 电路的响应

#### 3.3.1 RC 电路的零输入响应

电路在无输入信号的情况下, 仅由电路中储能元件的初始状态所产生的电路响应, 称为零输入响应。对于 RC 电路, 从物理意义上讲就是电容的放电过程。

如图 3.9 所示的电路, 换路前开关 S 置于位置 1, 电容上已充有电压 $u_C(0_-) = U_0$ 。在 $t = 0$ 时, 开关 S 从位置 1 迅速拨到位置 2, 使 RC 电路脱离电源。根据换路定理, 电容电压不能跃变,  $u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$ 。于是, 电容电压由初始值开始, 通过电阻 R 放电, 在电路中产生放电电流 $i_C$ 。随着时间的增加, 电容电压 $u_C$ 和放电电流 $i_C$ 逐渐减小, 最后趋近于零。这样, 电容存储的能量全部被电阻消耗。可见, 如图 3.9 所示电路换路后的响应仅由电容的初始状态引起, 故为零输入响应。

电容电压的初始值为 $u_C(0_+) = U_0$ , 放电结束时的稳态值为 $u_C(\infty) = 0$ , 时间常数为 $\tau = RC$ , 利用三要素法, 可求得换路后的电容电压为:

$$u_C = u_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

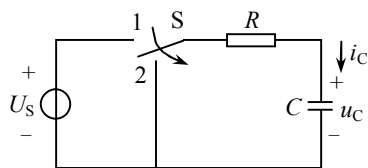


图 3.9 RC 电路的零输入响应

放电电流为:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = i_C(0_+) e^{-\frac{t}{RC}}$$

式中  $i_C(0_+) = -\frac{U_0}{R}$  为  $t=0$  时电容的初始放电电流, 负号表示放电电流  $i_C$  的实际方向与图

3.9 中所标的参考方向相反。

$u_C$  和  $i_C$  的波形如图 3.10 所示,  $u_C$  和  $i_C$  随着时间增加按指数规律衰减, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $u_C$  和  $i_C$  衰减到零。

时间常数  $\tau$  是动态电路中一个非常重要的物理量。在电容放电电路中, 放电过程的快慢是由时间常数  $\tau$  决定的。 $\tau = RC$  越大, 在电容电压初始值  $U_0$  一定的情况下,  $C$  越大, 电容存储的电荷越多, 放电所需的时间越长; 而  $R$  越大, 放电电流就越小, 放电所需的时间也就越长。相反,  $\tau$  越小, 电容放电越快, 放电过程所需的时间越短。图 3.11 中画出了 3 个不同时间常数的  $u_C$  波形。

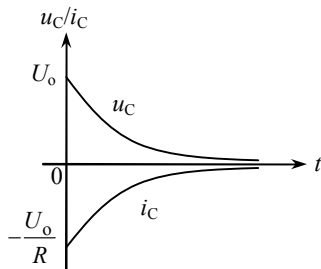


图 3.10  $u_C$  和  $i_C$  的波形

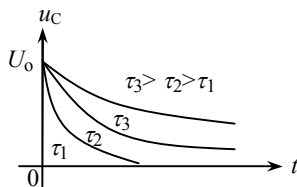


图 3.11 不同时间常数的  $u_C$  波形

从理论上讲, 需要经历无限长的时间, 电容电压  $u_C$  才能衰减到零, 电路到达稳态。但实际上,  $u_C$  开始时衰减得较快, 随着时间的增加, 衰减越来越慢。经过  $t = 3\tau \sim 5\tau$  的时间,  $u_C$  已经衰减到可以忽略不计的程度, 这时, 可以认为暂态过程基本结束, 电路到达稳定状态。表 3.1 所示为不同时刻电容电压  $u_C$  的值。

表 3.1 不同时刻电容电压  $u_C$  的值

| $t$   | 0     | $\tau$      | $2\tau$     | $3\tau$    | $4\tau$     | $5\tau$     | $6\tau$     |
|-------|-------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| $u_C$ | $U_0$ | $0.368 U_0$ | $0.135 U_0$ | $0.05 U_0$ | $0.018 U_0$ | $0.007 U_0$ | $0.002 U_0$ |

从时间常数的表达式  $\tau = RC$  可知, RC 电路的时间常数是由电路中元件的参数值以及电路的结构决定的, 所以, 可以根据实际需要调整电路中元件的参数值, 或通过改变电路的结构来改变时间常数的值。

**例 3.4** 在如图 3.12 (a) 所示的电路中,  $I_S = 2 \text{ mA}$ ,  $R_1 = 30 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 15 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 10 \mu\text{F}$ 。换路前电路已处于稳定状态, 在  $t = 0$  时开关 S 闭合。求:

- (1) 开关 S 闭合后的电容电流  $i_C$  和通过电阻  $R_1$  的电流  $i_1$ 。
- (2) 开关 S 闭合后电容电压从初始值衰减到 3V 所需要的时间。

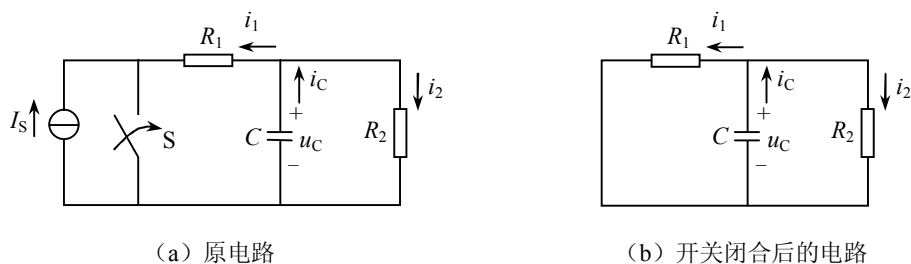


图 3.12 例 3.4 的图

**解** (1) 因为换路前电路已处于稳定状态, 电容可视为开路, 所以:

$$u_C(0_-) = I_S R_2 = 2 \times 10^{-3} \times 15 \times 10^3 = 30 \text{ (V)}$$

根据换路定理, 有:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 30 \text{ (V)}$$

开关 S 闭合后, 电流源  $I_S$  被短路, 电容  $C$  从初始电压 30V 开始向  $R_1$  与  $R_2$  并联电阻放电, 最终  $u_C$  下降到零, 如图 3.12 (b) 所示。可见, 电路换路后的响应仅由电容的初始状态引起, 故为零输入响应。

因为  $R_1$  与  $R_2$  并联, 所以:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \times 15}{30 + 15} = 10 \text{ (k}\Omega\text{)}$$

时间常数为:

$$\tau = RC = 10 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-6} = 0.1 \text{ (s)}$$

利用三要素法, 得到换路后的电容电压为:

$$u_C = u_C(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} = 30 e^{-\frac{t}{0.1}} = 30 e^{-10t} \text{ (V)}$$

电容的放电电流为:

$$i_C = -C \frac{du_C}{dt} = -10 \times 10^{-6} \times (-10) \times 30 e^{-10t} = 3 \times 10^{-3} e^{-10t} \text{ (A)} = 3 e^{-10t} \text{ (mA)}$$

通过电阻  $R_1$  的电流为:

$$i_1 = \frac{u_C}{R_1} = \frac{30 e^{-10t}}{30} = e^{-10t} \text{ (mA)}$$

- (2) 电容电压  $u_C = 30 e^{-10t}$ , 将  $u_C = 3 \text{ V}$  代入, 得:

$$3 = 30 e^{-10t}$$

解得电容电压衰减到 3V 所需的时间为:

$$t = 0.23 \text{ (s)}$$

### 3.3.2 RC 的零状态响应

电路在换路前储能元件上未储存能量, 仅由电源激励所产生的电路响应, 称为零状态响应。对于 RC 电路, 从物理意义上讲就是电容器的充电过程。

如图 3.13 所示的电路, 换路前开关 S 置于位置 1, 电路已处于稳态, 电容 C 没有初始储能, 电容电压  $u_C(0_-) = 0$ 。在  $t = 0$  时, 开关 S 从位置 1 迅速拨到位置 2, 使 RC 电路接通电压源  $U_S$ 。根据换路定理, 电容电压不能跃变,  $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$ 。于是, 电压源  $U_S$  通过电阻 R 对电容 C 充电, 在电路产生充电电流  $i_C$ 。随着时间的增加, 电容电压  $u_C$  逐渐升高, 充电电流  $i_C$  逐渐减小。最后电路到达稳态时, 电容电压等于  $U_S$ , 充电电流等于零。可见, 如图 3.13 所示电路换路后的响应仅由外加电源引起, 故为零状态响应。

电容电压的初始值为  $u_C(0_+) = 0$ , 充电结束时的稳态值为  $u_C(\infty) = U_S$ , 时间常数为  $\tau = RC$ , 利用三要素法, 可求得换路后的电容电压为:

$$u_C = u_C(\infty) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = U_S \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

充电电流为:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_S}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = i_C(0_+) e^{-\frac{t}{RC}}$$

式中  $i_C(0_+) = \frac{U_S}{R}$  为  $t = 0$  时的初始充电电流。

从上式可知, 电容 C 开始充电瞬间,  $i_C(0_+) = \frac{U_S}{R}$ , 电容 C 相当于短路, 电流一般较大。当电容 C 充电结束时,  $i_C(\infty) = 0$ , 电容相当于开路。

$u_C$  和  $i_C$  的波形如图 3.14 所示, 随着时间的增加, 电容电压  $u_C$  由零按指数规律逐渐增加到  $U_S$ , 充电电流  $i_C$  由  $\frac{U_S}{R}$  按指数规律逐渐衰减到零。

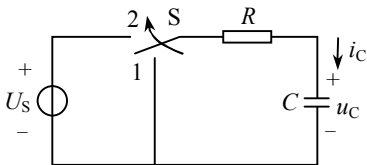


图 3.13 RC 电路的零状态响应

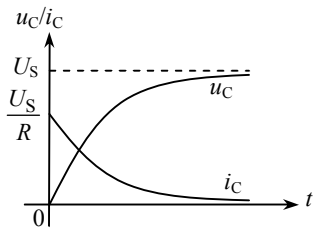


图 3.14  $u_C$  和  $i_C$  的波形

RC 电路充电过程的快慢也是由时间常数  $\tau$  来决定的,  $\tau$  越大, 电容充电越慢, 过渡过程所需的时间越长; 相反,  $\tau$  越小, 电容充电越快, 过渡过程所需的时间越短。同样, 可以根据实际需要调整电路中元件的参数或电路结构, 以改变时间常数的大小。

**例 3.5** 如图 3.15 所示电路在开关 S 闭合前已处于稳态,  $t = 0$  时开关 S 闭合。已知  $U_S = 6 \text{ V}$ ,  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 10 \Omega$ ,  $C = 0.2 \text{ F}$ 。求:

(1) 开关 S 闭合后的电容电压  $u_C$ 。

(2)  $t = 3\tau$  及  $t = 5\tau$  时  $u_C$  的值。

解 (1) 因开关 S 闭合前电路已处于稳态, 由图 3.15 可得电容电压  $u_C$  的初始值为:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0 \text{ (V)}$$

可见, 如图 3.15 所示电路换路后, 电路的初始储能为零, 电路中的响应仅由外加电源引起, 故为零状态响应。

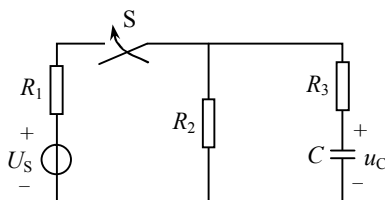


图 3.15 例 3.5 的图

开关 S 闭合后, 电容电压  $u_C$  的稳态值为:

$$u_C(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S = \frac{10}{5 + 10} \times 6 = 4 \text{ (V)}$$

等效电阻为:

$$R = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10 + \frac{5 \times 10}{5 + 10} = \frac{40}{3} \text{ (}\Omega\text{)}$$

时间常数为:

$$\tau = RC = \frac{40}{3} \times 0.2 = \frac{8}{3} \text{ (s)}$$

根据三要素法, 得到开关 S 闭合后的电容电压  $u_C$  为:

$$u_C = 4 + (0 - 4)e^{-\frac{3t}{8}} = 4(1 - e^{-0.375t}) \text{ (V)}$$

(2)  $t = 3\tau$  时的电容电压为:

$$u_C(3\tau) = 4\left(1 - e^{-\frac{3\tau}{\tau}}\right) = 4(1 - e^{-3}) = 3.8 \text{ (V)}$$

$t = 5\tau$  时的电容电压为:

$$u_C(5\tau) = 4\left(1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau}}\right) = 4(1 - e^{-5}) = 3.973 \text{ (V)}$$

### 3.3.3 RC 电路的全响应

一般情况下, 一阶动态电路中储能元件的初始储能(即初始状态)不为零, 且换路后电路中又有电源作用, 这种由储能元件的初始状态以及外加电源共同作用产生的电流或电压称为全响应。显然, 全响应是零输入响应和零状态响应两者的叠加, 同样可用一阶动态电路的三要素法进行分析计算。

**例 3.6** 如图 3.16 所示电路在换路前已处于稳态, 在  $t = 0$  时将开关 S 闭合。已知  $U_S = 12 \text{ V}$ ,  $R_1 = 6 \Omega$ ,  $R_2 = 3 \Omega$ ,  $C = 0.25 \text{ F}$ , 求换路后的电容电压  $u_C$ 。

解 采用三要素法求解。

由于开关 S 闭合前电路已达稳态, 故:

$$u_C(0_-) = U_S = 12 \text{ (V)}$$

根据换路定理，得电容电压  $u_C$  的初始值为：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 12 \text{ (V)}$$

可见，如图 3.16 所示电路换路后，电容电压的初始值不为零，且电路中又有外加电源，所以电路的响应为全响应。

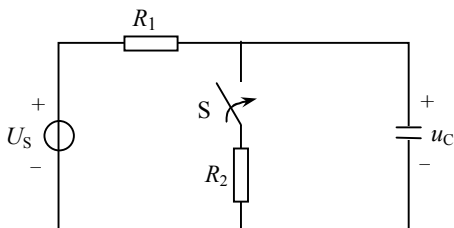


图 3.16 例 3.6 用图

开关 S 闭合后，电容电压  $u_C$  的稳态值为：

$$u_C(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S = \frac{3}{6 + 3} \times 12 = 4 \text{ (V)}$$

等效电阻为：

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \text{ (}\Omega\text{)}$$

时间常数为：

$$\tau = RC = 2 \times 0.25 = 0.5 \text{ (s)}$$

根据三要素法，得到开关 S 闭合后的电容电压  $u_C$  为：

$$u_C = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 4 + (12 - 4)e^{-\frac{t}{0.5}} = 4 + 8e^{-2t} \text{ (V)}$$

### 3.4 RL 电路的响应

RL 电路的分析方法与 RC 电路的相同，即根据换路后的电路列出微分方程，然后求解该微分方程。例如，对于如图 3.17 所示的电路，设在  $t = 0$  时将开关 S 闭合，可列出换路后电路的微分方程为：

$$Ri_L + L \frac{di_L}{dt} = U_{S2}$$

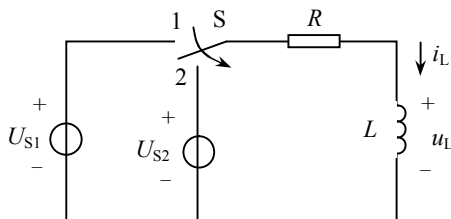


图 3.17 RL 电路

或

$$\frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{U_{S2}}{R}$$

可见 RL 电路的微分方程也是一阶常系数线性微分方程, 解微分方程, 得:

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

式中,  $i_L(0_+) = \frac{U_{S1}}{R}$  为电感电流  $i_L$  的初始值,  $i_L(\infty) = \frac{U_{S2}}{R}$  为电感电流  $i_L$  的稳态值,  $\tau = \frac{L}{R}$

为 RL 电路的时间常数, 其中  $R$  为从电感元件两端看进去的戴维南等效电源的内阻。可见三要素法对 RL 电路的分析同样适用。

**例 3.7** 如图 3.18 所示电路换路前已处于稳态, 在  $t=0$  时将开关 S 闭合。已知  $U_S = 12\text{ V}$ ,  $R_1 = 6\ \Omega$ ,  $R_2 = 2\ \Omega$ ,  $L = 0.2\text{ H}$ , 求换路后的电感电流  $i_L$ 。

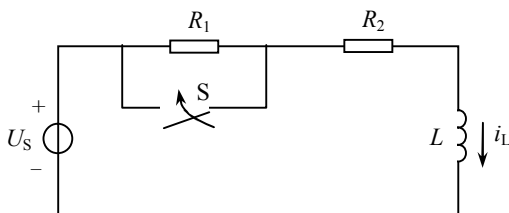


图 3.18 例 3.7 用图

**解** 电路换路前已处于稳态, 电感  $L$  相当于短路, 根据换路定理得:

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U_S}{R_1 + R_2} = \frac{12}{6 + 2} = 1.5\text{ (A)}$$

同理,  $t = \infty$  时电感  $L$  也相当于短路, 由于这时电阻  $R_1$  也被短路, 故:

$$i_L(\infty) = \frac{U_S}{R_2} = \frac{12}{2} = 6\text{ (A)}$$

时间常数为:

$$\tau = \frac{L}{R_2} = \frac{0.2}{2} = 0.1\text{ (s)}$$

根据三要素法, 得换路后的电感电流  $i_L$  为:

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 6 + (1.5 - 6)e^{-\frac{t}{0.1}} = 6 - 4.5e^{-10t}\text{ (A)}$$

## 本章小结

(1) 含有动态元件的电路称为动态电路。动态电路的暂态过程是电路从一个稳态变化到另一个稳态的过程。

动态电路在换路时, 由于动态元件的能量不能跃变, 会产生一个暂态过程。分析暂态过程的依据之一是换路定理。在换路的瞬间, 电容电压不能跃变, 电感电流不能跃变, 即有:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

根据换路定理和  $t = 0_+$  时的等效电路, 可以确定待求响应 (电流或电压) 的初始值。

(2) 分析一阶动态电路的方法有经典法和三要素法两种。利用三要素法可以简便地求解一阶电路在直流电源作用下的全响应。只要求得待求响应的初始值  $f(0_+)$ 、稳态值  $f(\infty)$  和时间常数  $\tau$ , 代入三要素公式:

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

便可求得全响应。注意, RC 电路的时间常数为  $\tau = RC$ , RL 电路的时间常数为  $\tau = \frac{L}{R}$ 。R 为从动态元件两端看进去的戴维南等效电源的内阻。

(3) 动态电路的全响应可以分解为稳态分量和暂态分量。稳态分量是电路达到稳态时响应的值, 在直流电源作用下, 响应的稳态分量为一常数。暂态分量只存在于暂态过程中, 其变化规律与电源的变化规律无关, 只按指数规律随着时间的增加逐渐衰减到零。

动态电路的全响应还可以分解为零输入响应和零状态响应。零输入响应是电源激励为零时, 仅由电路的初始储能产生的响应。零状态响应是电路的初始储能为零时, 仅由电源激励产生的响应。

(4) 动态电路暂态过程所经历的时间长短与电路的时间常数有关。工程上一般认为经过  $t = 3\tau \sim 5\tau$  的时间, 暂态过程基本结束。时间常数  $\tau$  越大, 暂态过程所需的时间越长; 时间常数  $\tau$  越小, 暂态过程所需的时间越短。

### 习题三

3.1 如图 3.19 所示的电路, 在开关 S 断开前已处于稳态, 试求开关 S 断开后瞬间电压  $u_C$  和电流  $i_C$ 、 $i_1$ 、 $i_2$  的初始值。

3.2 如图 3.20 所示的电路, 在开关 S 闭合前已处于稳态, 试求开关 S 闭合后瞬间电压  $u_L$  和电流  $i_L$ 、 $i_1$ 、 $i_2$  的初始值。

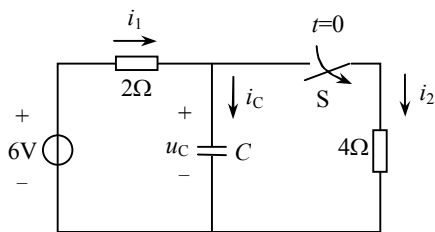


图 3.19 习题 3.1 的图

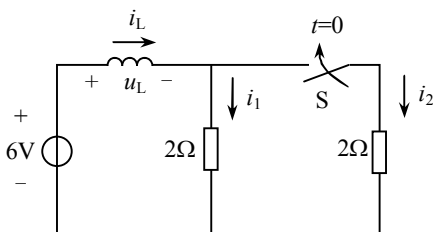


图 3.20 习题 3.2 的图

3.3 如图 3.21 所示的电路, 在开关 S 闭合前已处于稳态, 试求开关 S 闭合后瞬间电压  $u_C$ 、 $u_L$  和电流  $i_L$ 、 $i_C$ 、 $i$  的初始值。

3.4 如图 3.22 所示的电路, 在开关 S 闭合前已处于稳态, 并且电容没有初始储能, 试求开关 S 闭合后瞬间电压  $u_C$ 、 $u_L$  和电流  $i_L$ 、 $i_C$ 、 $i$  的初始值。

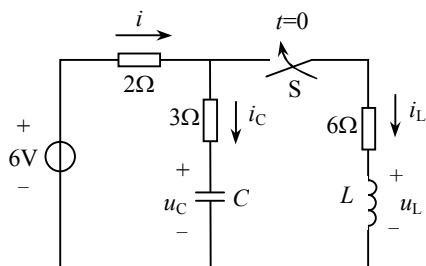


图 3.21 习题 3.3 的图

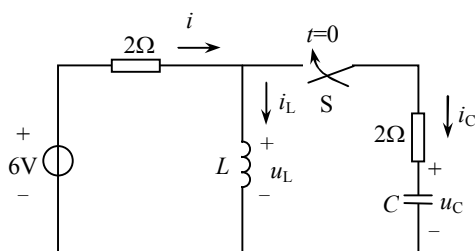


图 3.22 习题 3.4 的图

3.5 如图 3.23 所示的电路, 在  $t=0$  时开关闭合, 开关闭合前电路已处于稳态。试列出求电容电压  $u_C$  的微分方程, 求出开关闭合后的  $u_C$  和  $i_C$ , 并画出  $u_C$  和  $i_C$  随时间变化的曲线。

3.6 如图 3.24 所示的电路, 在  $t=0$  时开关闭合, 开关闭合前电路已处于稳态。试列出求电感电流  $i_L$  的微分方程, 求出开关闭合后的  $i_L$  和  $u_L$ , 并画出  $i_L$  和  $u_L$  随时间变化的曲线。

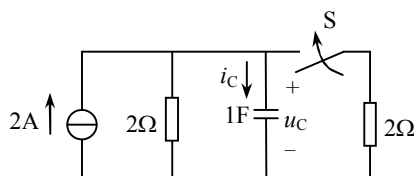


图 3.23 习题 3.5 的图

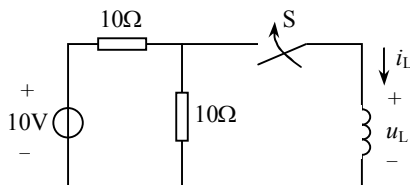


图 3.24 习题 3.6 的图

3.7 在如图 3.25 所示的电路中,  $t=0$  时开关闭合, 开关闭合前电路已处于稳态。已知  $I_S = 2\text{ mA}$ ,  $R_1 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 5\text{ k}\Omega$ ,  $C = 0.1\text{ }\mu\text{F}$ 。试用三要素法求开关闭合后的  $u_C$ , 并画出  $u_C$  随时间变化的曲线。

3.8 在如图 3.26 所示的电路中,  $t=0$  时开关打开, 开关打开前电路已处于稳态。已知  $I_S = 2\text{ mA}$ ,  $R_1 = 4\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 5\text{ k}\Omega$ ,  $C = 0.1\text{ }\mu\text{F}$ 。试用三要素法求开关打开后的  $u_C$ , 并画出  $u_C$  随时间变化的曲线。

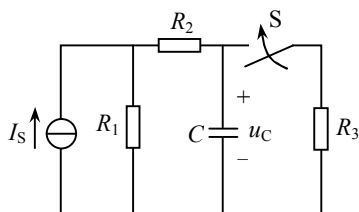


图 3.25 习题 3.7 的图

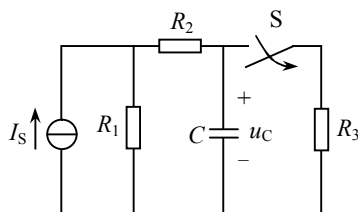


图 3.26 习题 3.8 的图

3.9 在如图 3.27 所示的电路中,  $t=0$  时开关闭合, 开关闭合前电路已处于稳态。已知  $I_S = 30\text{ mA}$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $C = 1\text{ }\mu\text{F}$ 。试用三要素法求开关闭合后的  $u_C$ , 并画出  $u_C$  随时间变化的曲线。

3.10 在如图 3.28 所示的电路中,  $t=0$  时开关  $S_1$  断开,  $S_2$  闭合, 电路换路前已处于稳态。已知  $U_S = 10\text{ V}$ ,  $I_S = 3\text{ A}$ ,  $R_1 = 1\text{ }\Omega$ ,  $R_2 = 4\text{ }\Omega$ ,  $R_3 = 2\text{ }\Omega$ ,  $C = 3\text{ F}$ 。试用三要素法求换路后的  $u_C$ , 并画出  $u_C$  随时间变化的曲线。

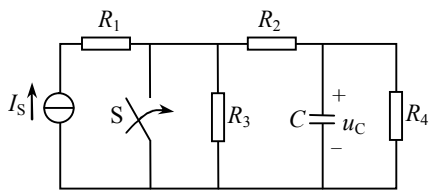


图 3.27 习题 3.9 的图

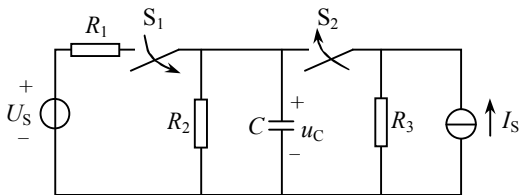


图 3.28 习题 3.10 的图

3.11 如图 3.29 所示的电路原已处于稳态, 在  $t=0$  时开关  $S_1$  闭合,  $S_2$  断开。已知  $U_s = 60\text{ V}$ ,  $R_1 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 6\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 3\text{ k}\Omega$ ,  $C = 3\text{ }\mu\text{F}$ 。试用三要素法求换路后的电容电压  $u_C$  和电流  $i_C$ 、 $i_1$ 、 $i_2$ 。

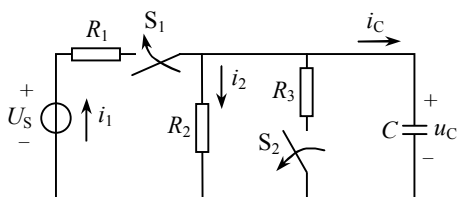


图 3.29 习题 3.11 的图

3.12 如图 3.30 所示的电路, 换路前开关  $S$  闭合在位置 1, 且电路已处于稳态, 在  $t=0$  时开关  $S$  从位置 1 迅速拨到位置 2。求换路后的电容电压  $u_C$ , 并指出其稳态分量、暂态分量、零输入响应、零状态响应, 并画出波形图。

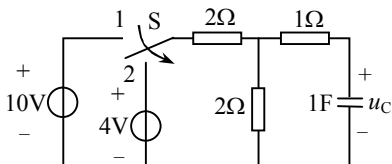


图 3.30 习题 3.12 的图

3.13 在如图 3.31 所示的电路中,  $t=0$  时开关闭合, 开关闭合前电路已处于稳态。已知  $U_s = 9\text{ V}$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 3\text{ }\Omega$ ,  $L = 1\text{ H}$ 。试用三要素法求开关闭合后的  $i_L$  和  $u_L$ , 并画出  $i_L$  和  $u_L$  随时间变化的曲线。

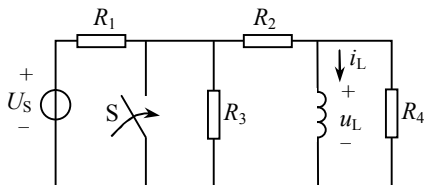


图 3.31 习题 3.13 的图

3.14 在如图 3.32 所示的电路中,  $t=0$  时开关  $S_1$  断开,  $S_2$  闭合, 电路换路前已处于稳态。已知  $U_s = 10\text{ V}$ ,  $I_s = 2\text{ A}$ ,  $R_1 = 1\text{ }\Omega$ ,  $R_2 = 4\text{ }\Omega$ ,  $R_3 = 2\text{ }\Omega$ ,  $L = 1\text{ H}$ 。试用三要素法求换路后的  $i_L$  和  $u_L$ , 并画出  $i_L$  和  $u_L$  随时间变化的曲线。

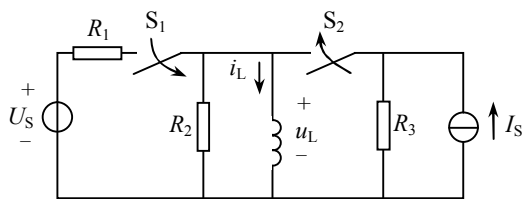


图 3.32 习题 3.14 的图

3.15 如图 3.33 所示的电路原已处于稳态，在  $t=0$  时开关  $S$  闭合。已知  $U_{S1}=12\text{V}$ ， $U_{S2}=9\text{V}$ ， $R_1=6\Omega$ ， $R_2=3\Omega$ ， $L=1\text{H}$ 。试用三要素法求换路后的电感电压  $u_L$  和电流  $i_L$ 、 $i_1$ 、 $i_2$ 。

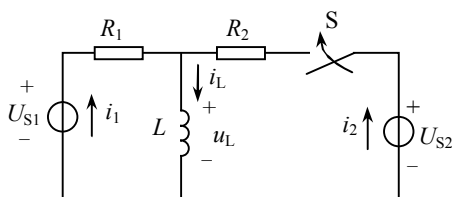


图 3.33 习题 3.15 的图

3.16 如图 3.34 所示的电路，换路前开关  $S$  闭合在位置 1，且电路已处于稳态，在  $t=0$  时开关  $S$  从位置 1 迅速拨到位置 2。求换路后的电感电流  $i_L$ ，并指出其稳态分量、暂态分量、零输入响应、零状态响应，并画出波形图。

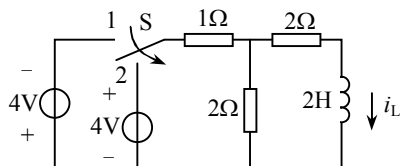


图 3.34 习题 3.16 的电路

## 第4章 变压器



- 了解变压器的基本结构、外特性、绕组的同极性端。
- 掌握变压器的工作原理以及变压器额定值的意义。
- 了解三相变压器的结构、三相电压的变换方法以及特殊变压器的特点。

变压器是根据电磁感应原理制成的一种静止的电气设备，具有变换电压、变换电流、变换阻抗的功能，因而在电力系统和电子线路的各个领域得到了广泛应用。

在输电方面，当输送功率及负载功率因数一定时，电压越高，线路中的电流就越小，这样不仅可以减小输电线的截面积，节省材料，还可以减少线路的功率损耗，因此在输电时必须利用变压器将电压升高。例如，输电距离在 200~400km 范围内，输送容量为 200~300kVA 的输电线，输电电压需要 220kV，我国从葛洲坝到上海的输电线路电压高达 500kV。

在用电方面，从安全和制造成本考虑，一般使用比较低的电压，如 380V、220V，特殊的地方还要用到 36V、24V 或 12V，这需要利用变压器将电压降低到用户需要的电压等级。

在电子线路中，变压器不仅用来变换电压，提供电源，还用来耦合电路，传递信号，实现阻抗匹配。在测量方面，可利用电压互感器、电流互感器的变压、变流作用扩大交流电压表及交流电流表的测量范围。

此外，在工程技术领域中，还大量使用各种不同的专用变压器，如自耦变压器、电焊变压器、电炉变压器、整流变压器等。

本章主要介绍单相变压器的工作原理和使用方法，并对三相变压器和一些特殊变压器进行简要介绍。

### 4.1 单相变压器

虽然变压器的种类很多、用途各异，但其基本结构和工作原理是相同的。

#### 4.1.1 变压器的基本结构

变压器通常由一个公共铁心和两个或两个以上的线圈（又称绕组）组成。按照铁心和绕组结构形式的不同，分为心式变压器和壳式变压器两类，如图 4.1 所示。

铁心是变压器的磁路部分，为减少涡流和磁滞损耗，铁心多用厚度为 0.35~0.55mm 的硅钢片叠成，硅钢片两侧涂有绝缘漆，使片间绝缘。心式变压器的绕组套在铁心柱上，绕组装配方便，用铁量较少，多用于大容量变压器。壳式变压器的铁心把绕组包围在中间，有分支磁路，这种变压器制造工艺较复杂，用铁量也较多，但不必使用专门的变压器外壳，常用于小容量的

变压器，如电子线路的变压器。铁心的叠装一般采用交错方式，即每层硅钢片的接缝错开，这样可降低磁路磁阻，减少励磁电流。



图 4.1 变压器的结构

绕组是变压器的电路部分。与铁心线圈不同，变压器通常有两个或两个以上的线圈，多数还需要以一定方式连接。一般小容量变压器绕组用高强度漆包线绕成，单相变压器一般只有两个绕组，接电源的绕组称为原绕组（又称初级绕组或一次绕组），接负载的绕组称为副绕组（又称次级绕组或二次绕组）。

大容量变压器除铁心和绕组之外，还有一些附属设备。变压器在运行时铁心和绕组总是要发热的，为了防止变压器过热而烧毁，必须采用适当的冷却方式。小容量变压器多采用自冷式，通过空气的自然对流和辐射将绕组和铁心的热量散失到周围空气中去。大容量变压器则要采用油冷式，将变压器的绕组和铁心全部浸在油箱内，使绕组和铁心所产生的热量通过油传给箱壁而散失到周围空气中去。

#### 4.1.2 变压器的工作原理

如图 4.2 (a) 所示为单相变压器的结构示意图，其中  $N_1$  为原绕组的匝数， $N_2$  为副绕组的匝数。如图 4.2 (b) 所示为单相变压器的符号。

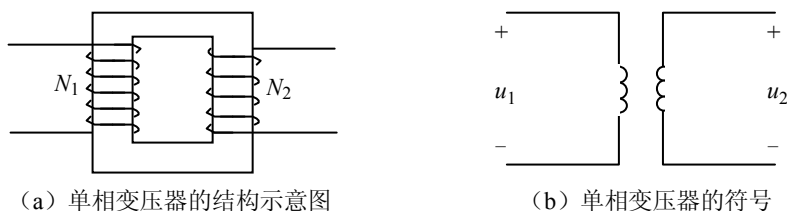


图 4.2 单相变压器结构示意图及符号

##### 1. 变压器的空载运行

变压器原绕组接电源，副绕组开路，称为空载运行，如图 4.3 所示。

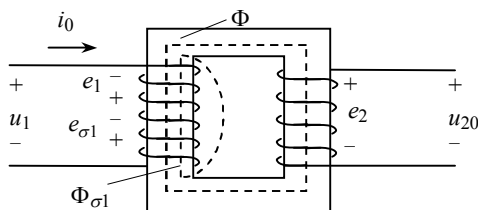


图 4.3 变压器的空载运行

变压器空载运行时，副绕组中没有电流，不会对铁心中的磁通产生影响。设原绕组中的电流为  $i_0$ ，这个电流在原绕组中产生磁动势  $N_1 i_0$ ，由该磁动势产生的磁通绝大部分通过铁心闭合，这个磁通称为主磁通，用  $\Phi$  表示。由于  $i_0$  是交变的，所以在  $N_1 i_0$  作用下，铁心中的主磁通  $\Phi$  也是交变的。设  $\Phi$  按正弦规律变化，即：

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t$$

主磁通  $\Phi$  在原、副绕组中分别感应出的主磁电动势  $e_1$  和  $e_2$  为：

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

$e_1$  和  $e_2$  也按正弦规律变化，它们的有效值分别为：

$$E_1 = 4.44 f N_1 \Phi_m$$

$$E_2 = 4.44 f N_2 \Phi_m$$

此外，磁动势  $N_1 i_0$  在原绕组中还产生一部分通过周围空气而闭合的漏磁通  $\Phi_{\sigma 1}$ 。漏磁通在原绕组中产生漏磁电动势  $e_{\sigma 1}$ 。因为漏磁通的路径主要通过空气，所以漏磁通与线圈电流之间是线性关系。如果原绕组漏磁电感用  $L_1$  表示，则：

$$e_{\sigma 1} = -L_1 \frac{di_0}{dt}$$

在原绕组中除  $e_1$ 、 $e_{\sigma 1}$  外，还有  $i_0$  在原绕组电阻  $R_1$  上产生的电压降  $i_0 R_1$ 。设  $i_0$ 、 $u_1$ 、 $e_1$ 、 $e_{\sigma 1}$  及  $e_2$  的参考方向如图 4.3 中所示，根据 KVL，可得变压器原绕组回路的电压方程为：

$$u_1 = R_1 i_0 - e_{\sigma 1} - e_1 = R_1 i_0 + L_1 \frac{di_0}{dt} - e_1$$

相量形式为：

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_0 + jX_1 \dot{I}_0 - \dot{E}_1$$

式中  $X_1 = \omega L_1$  为原绕组的漏抗。

由于原绕组的电阻  $R_1$  和漏抗  $X_1$  很小，其上的电压也很小，与主磁电动势相比可以忽略不计，故有  $\dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1$ ，有效值关系为：

$$U_1 \approx E_1 = 4.44 f N_1 \Phi_m$$

变压器副绕组回路的电压方程为：

$$u_{20} = e_2$$

相量形式为：

$$\dot{U}_{20} = \dot{E}_2$$

有效值关系为：

$$U_{20} = E_2 = 4.44 f N_2 \Phi_m$$

由此可以推出变压器的电压变换关系为：

$$\frac{U_1}{U_{20}} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

$k$  称为变压器的变比，即原、副绕组的匝数比。可见，当电源电压  $U_1$  一定时，只要改变变比  $k$ ，即可得到不同的输出电压  $U_{20}$ 。 $k > 1$  时为降压变压器； $k < 1$  时为升压变压器。这就是

变压器变换电压的基本原理。

变压器的变比可由铭牌数据求得, 等于原、副绕组的额定电压之比。例如, 6000/400V 的单相变压器, 表示变压器原绕组的额定电压(原绕组上应加的电源电压)  $U_{1N} = 6000 \text{ V}$ , 副绕组的额定电压  $U_{2N} = 400 \text{ V}$ , 所以变比为  $k = 15$ 。在变压器中, 副绕组的额定电压是指原绕组加上额定电压  $U_{1N}$  时副绕组的空载电压。对于三相变压器, 额定电压均指线电压。

## 2. 变压器的负载运行

变压器原绕组接电源, 副绕组接负载, 称为负载运行, 如图 4.4 所示。

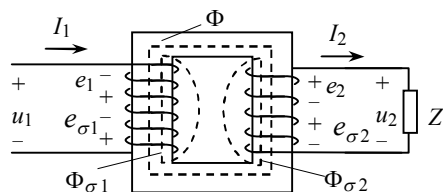


图 4.4 变压器的负载运行

当变压器副绕组接上负载以后, 在电动势  $e_2$  的作用下, 副绕组中就有电流  $i_2$  流过。因此, 副绕组中除了主磁通产生的主磁电动势  $e_2$  外, 还有漏磁通  $\Phi_{\sigma 2}$  产生的漏磁电动势  $e_{\sigma 2}$  以及电流  $i_2$  在副绕组电阻  $R_2$  上产生的电压降  $i_2 R_2$ 。根据 KVL, 可得变压器副绕组回路的电压方程为:

$$u_2 = e_2 + e_{\sigma 2} - R_2 i_2 = e_2 - R_2 i_2 - L_2 \frac{di_2}{dt}$$

相量形式为:

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - R_2 \dot{I}_2 - jX_2 \dot{I}_2$$

式中  $X_2 = \omega L_2$  为副绕组的漏抗。

副绕组中有了电流  $i_2$  以后, 原绕组的电流从  $i_0$  变到  $i_1$ 。根据 KVL, 这时变压器原绕组回路的电压方程为:

$$u_1 = R_1 i_1 - e_{\sigma 1} - e_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - e_1$$

相量形式为:

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + jX_1 \dot{I}_1 - \dot{E}_1$$

虽然在负载状态下  $I_1$  比  $I_0$  增加了很多, 但由于原绕组的电阻  $R_1$  和漏抗  $X_1$  很小, 其上的电压比  $E_1$  小得多, 因此, 仍有  $\dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1$ , 有效值关系为:

$$U_1 \approx E_1 = 4.44 f N_1 \Phi_m$$

同理, 副绕组中电阻  $R_2$  和漏抗  $X_2$  上的电压也比  $E_2$  小得多, 可以忽略不计, 故有:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &\approx \dot{E}_2 \\ U_2 &\approx E_2 = 4.44 f N_2 \Phi_m \\ \frac{U_1}{U_2} &\approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k \end{aligned}$$

即变压器在负载运行时, 电压之比仍近似等于匝数之比。

下面讨论变压器原、副绕组中电流之间的关系。

变压器负载运行时，由于原、副绕组中分别有电流  $i_1$ 、 $i_2$  流过，因此，变压器铁心中的主磁通  $\Phi$  是由原、副绕组的磁动势  $N_1 i_1$  和  $N_2 i_2$  共同产生的。显然，磁动势  $N_2 i_2$  的出现将产生改变铁心中原有磁通的趋势，但在电源电压  $U_1$  和电源频率  $f$  不变的情况下，根据  $U_1 \approx E_1 = 4.44 f N_1 \Phi_m$ ，可知  $\Phi_m$  应基本保持不变。这就是说，当变压器副绕组接上不同负载时，铁心中主磁通的最大值  $\Phi_m$  和变压器空载时差不多，分析变压器的工作原理时这一概念是非常重要的依据。

由于副绕组中电流  $i_2$  的产生，原绕组的电流从  $i_0$  变到  $i_1$ ，从而原绕组的磁动势由  $N_1 i_0$  变为  $N_1 i_1$ ，以抵消副绕组磁动势  $N_2 i_2$  的作用，因此，变压器在有负载时产生主磁通的原、副绕组的总磁动势 ( $N_1 i_1 + N_2 i_2$ ) 应该和空载时产生主磁通的原绕组的磁动势  $N_1 i_0$  基本相等，即有：

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = N_1 i_0$$

这一关系式称为变压器的磁动势平衡方程式，用相量表示为：

$$N_1 \dot{I}_1 + N_2 \dot{I}_2 = N_1 \dot{I}_0$$

变压器空载时的原绕组电流  $i_0$  (即空载电流) 是用来磁化铁心的，故又称励磁电流。由于铁磁材料的磁导率较高， $i_0$  很小，一般不到原绕组电流额定值的 10%，所以  $i_0$  可以忽略不计，于是上式变为：

$$N_1 \dot{I}_1 \approx -N_2 \dot{I}_2$$

由此可见，变压器在有负载时，原、副绕组的磁动势在相位上相反，即副绕组的磁动势对原绕组的磁动势有去磁作用。

由上式可以推出变压器原、副绕组的电流有效值关系为：

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$

上式说明变压器负载运行时，原、副绕组电流有效值之比近似等于它们匝数比的倒数，这就是电流变换作用。由此可见，变压器的电流虽然由负载的大小决定，但原、副绕组电流的比值却不变。负载增加而使副绕组电流增加时，原绕组电流也必须增加，以抵消副绕组电流对主磁通的影响，维持主磁通基本不变。

### 3. 变压器的阻抗变换作用

变压器除了能改变交流电压和交流电流的大小以外，还能变换交流阻抗，在电子、电信工程中有着广泛的应用。

在电子、电信工程中，总是希望负载获得最大功率，而负载获得最大功率的条件是负载阻抗等于信号源内阻，即阻抗匹配。实际上，负载阻抗与信号源内阻往往是不相等的，例如，晶体管放大器输出电阻约为  $1000\Omega$ ，晶体管放大器作为信号源时，其输出电阻就是信号源内阻，而喇叭的电阻只有几欧。如果将负载直接接到信号源上不一定能得到最大功率，为此，通常用变压器完成阻抗匹配的任务。

设接在变压器副绕组的负载阻抗为  $Z$ ，如图 4.5 (a) 所示。在忽略变压器漏磁压降及电阻压降的情况下，用阻抗  $Z'$  代替图 4.5 (a) 中虚线框内的部分，如图 4.5 (b) 所示。代换后副绕组的电流  $I_1$ 、电压  $U_1$  均不改变。

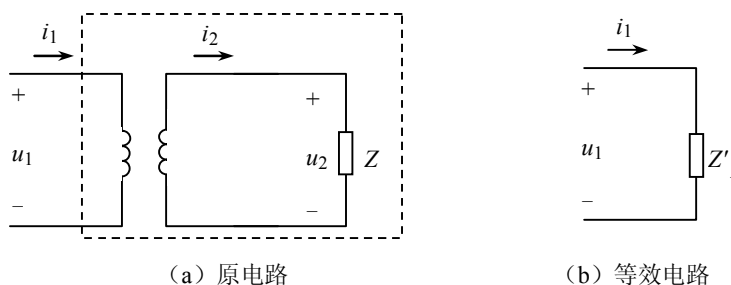


图 4.5 变压器的阻抗变换

从图 4.5 (a) 和 (b) 两图得负载阻抗的模为:

$$|Z| = \frac{U_2}{I_2}$$

$Z$  反映到原绕组的阻抗模  $|Z'|$  为:

$$|Z'| = \frac{U_1}{I_1} = \frac{kU_2}{\frac{I_2}{k}} = k^2 \frac{U_2}{I_2} = k^2 |Z|$$

上式表明, 负载  $Z$  通过变比为  $k$  的变压器接至电源, 与负载  $Z'$  直接接至电源的效果是一样的。所以, 不论负载阻抗多大, 只要在信号源与负载之间接入一个变压器并适当选择变比, 都能使负载等效阻抗等于信号源阻抗, 从而保证负载获得最大功率, 这就是变压器的阻抗变换原理。

**例 4.1** 有一台变压器, 原边电压  $U_1 = 220 \text{ V}$ , 匝数  $N_1 = 1000$  匝。副边要求在空载下有两个电压, 一个为  $U_{20} = 127 \text{ V}$ , 另一个为  $U_{30} = 36 \text{ V}$ , 问两个副边绕组各为多少匝?

**解** 因为原、副绕组交链的是同一个主磁通, 所以主磁通变化时在绕组里每匝线圈感应的电动势相同, 对于结构确定的变压器来说, 这个值是固定的, 不论变压器有几个副绕组, 计算原边与各个副边的电压比仍然和只有一个副绕组的计算方法相同, 故有:

$$\frac{U_1}{U_n} = \frac{N_1}{N_n}$$

由此可得:

$$N_2 = \frac{U_{20}}{U_1} N_1 = \frac{127}{220} \times 1000 = 578 \text{ (匝)}$$

$$N_3 = \frac{U_{30}}{U_1} N_1 = \frac{36}{220} \times 1000 = 164 \text{ (匝)}$$

**例 4.2** 设交流信号源电压  $U = 100 \text{ V}$ , 内阻  $R_0 = 800 \Omega$ , 负载  $R_L = 8 \Omega$ 。

(1) 将负载直接接至信号源, 负载获得多大功率?

(2) 经变压器进行阻抗匹配, 求负载获得的最大功率是多少? 变压器变比是多少?

**解** (1) 负载直接接信号源时, 负载获得的功率为:

$$P = I^2 R_L = \left( \frac{U}{R_0 + R_L} \right)^2 R_L = \left( \frac{100}{800 + 8} \right)^2 \times 8 = 0.123 \text{ (W)}$$

(2) 最大输出功率时,  $R_L$  折算到原绕组应等于  $R'_L = R_0 = 800 \Omega$ 。负载获得的最大功率为:

$$P_{\max} = I^2 R'_L = \left( \frac{U}{R_0 + R'_L} \right)^2 R'_L = \left( \frac{100}{800 + 800} \right)^2 \times 800 = 3.125 \quad (\text{W})$$

变压器变比为:

$$k = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{R'_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{800}{8}} = 10$$

### 4.1.3 变压器的工作特性

要正确使用变压器, 必须了解变压器的外特性、效率、额定值、绕组极性等工作特性。

#### 1. 变压器的外特性

变压器的电压变换关系在变压器空载或轻载时才准确, 而电流变换关系则在接近满载时才准确。一般情况下, 电源电压  $U_1$  不变, 当负载 (即  $I_2$ ) 变化时, 原、副绕组的电阻和漏抗上的电压发生变化, 使变压器副绕组的电压  $U_2$  也发生变化。当电源电压  $U_1$  和负载功率因数  $\cos \varphi_2$  为常数时,  $U_2$  与  $I_2$  的变化关系  $U_2 = f(I_2)$  称为变压器的外特性, 如图 4.6 所示。

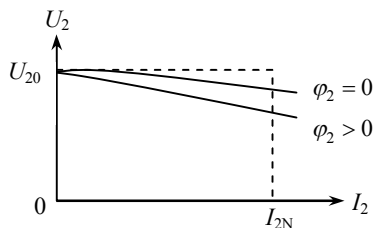


图 4.6 变压器的外特性曲线

由图 4.6 可知, 对电阻性和电感性负载, 电压  $U_2$  随电流  $I_2$  的增加而下降。电压下降的程度与变压器原、副绕组的内阻抗和负载的功率因数有关。 $\varphi_2$  越大,  $\cos \varphi_2$  越小, 外特性曲线倾斜度越大,  $\varphi_2$  是  $\dot{U}_2$  与  $\dot{I}_2$  的相位差, 即负载阻抗角。因为变压器绕组的内部漏阻抗很小, 所以  $I_2$  的变化对  $U_2$  的影响并不大。

通常希望电压  $U_2$  的变化越小越好。为了反映电压  $U_2$  随负载的变化程度, 引入电压变化率  $\Delta U$ 。电压变化率定义为:

$$\Delta U = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \times 100\%$$

式中  $U_{20}$  为副边空载时的电压 (即副边的开路电压),  $U_2$  为副边额定负载时的电压。电力变压器的电压变化率一般不应超过 5%, 一般变压器的电压变化率约在 5% 左右。

#### 2. 变压器的损耗和效率

变压器的损耗与交流铁心线圈相似, 包括铜损和铁损, 即:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{Cu}} + \Delta P_{\text{Fe}}$$

变压器的铜损  $\Delta P_{\text{Cu}}$  是变压器运行时电流流经原、副绕组电阻  $R_1$ 、 $R_2$  所消耗的功率, 即:

$$\Delta P_{\text{Cu}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$$

铜损  $\Delta P_{\text{Cu}}$  与负载电流大小有关, 变压器空载时  $\Delta P_{\text{Cu}} \approx 0$ , 满载时  $\Delta P_{\text{Cu}}$  最大。由于铜损随负载电流的变化而变化, 故又称为可变损耗。

铁损  $\Delta P_{Fe}$  是主磁通在铁心中交变时所产生的磁滞损耗和涡流损耗,它与铁心材料、电源电压  $U_1$ 、频率  $f$  有关,与负载电流大小无关。由于变压器正常运行时,原绕组中的电压有效值  $U_1$  和频率  $f$  都不变,因此,铁损基本不变,故铁损又称为不变损耗。

变压器的效率是变压器输出功率  $P_2$  与对应输入功率  $P_1$  的比值,即:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P}$$

大型变压器的效率可达 95% 以上,小型变压器效率为 70%~80%。研究表明,当变压器的铜损等于铁损时,其效率接近最高。一般变压器当负载为额定负载的 50%~60% 左右时效率最高。

#### 4.1.4 变压器绕组的同极性端及其测定

变压器一般有两个或两个以上的绕组,有时会遇到绕组的连接问题,为了正确使用变压器,必须清楚地了解变压器绕组的同极性端,并掌握其测定方法。

##### 1. 变压器绕组的同极性端

当变压器原绕组施加交流电压时,原、副绕组中产生的感应电动势也是交变的。当原绕组某一端的瞬时电位相对于另一端为正时,同时在副绕组也会有这样一个对应端,其瞬时电位相对于另一端为正,这种电位瞬时极性相同的两个对应端称为同极性端,也叫同名端,通常用符号“·”或“\*”表示。也可以换一种说法,即当电流分别从原、副绕组的某端流入(或流出)时,根据右手螺旋法则判别,如果两绕组建立的磁通方向一致,则两端为同极性端;如果磁通方向相反,则两端为异极性端,异极性端又叫做异名端。

在图 4.7 (a) 中,变压器的两个绕组绕在同一铁心柱上,且绕制方向相同。当交变电流从 1、3 端钮流入,用右手螺旋法则可知它们产生的磁通方向一致,故 1、3 端钮为同极性端。当然电流的流出端 2、4 也为同极性端。

在图 4.7 (b) 中,变压器的两个绕组绕在同一铁心柱上,且绕制方向相反。根据上述类似的分析可知,1、4 端为同极性端,2、3 端也是同极性端。可见,变压器绕组的同极性端和两个绕组在铁心柱上的绕向有关。

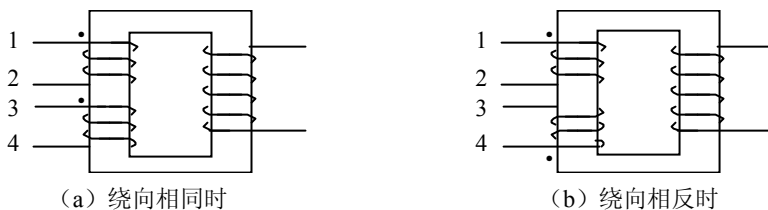


图 4.7 变压器绕组的同极性端

为了适应多种不同的电压,有的变压器有多个原、副绕组,称为多绕组变压器。使用多绕组变压器时,应根据同极性端正确连接。如一台变压器有匝数相同的两个原绕组,若用于较高电压,两个绕组应当串联,这时必须异极性端相连,如图 4.8 (a) 所示;若用于较低电压,两个绕组应当并联,这时必须同极性端相连,如图 4.8 (b) 所示。若连接错误,两个绕组中的磁动势方向相反,相互抵消,铁心磁通为零,两个绕组均不产生感应电动势,绕组中流有很大的电流,会把绕组绝缘烧坏。

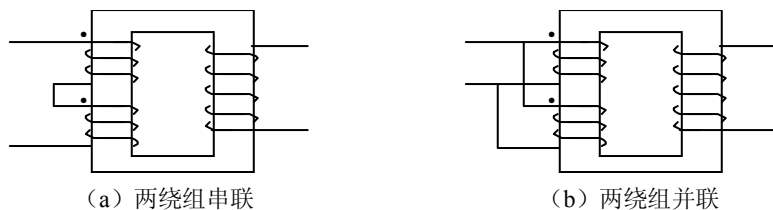


图 4.8 变压器绕组的正确连接

## 2. 变压器绕组同极性端的测定

知道变压器绕组的绕向，就能很容易确定变压器的同极性端。但是，对于已经制造好的变压器，从外观上无法辨认绕组的绕向，若端钮也没有同极性端的标记，就必须通过实验的方法来测定。通常采用以下两种方法测定变压器的同极性端：

(1) 直流法。直流法测定绕组同极性端的电路如图 4.9 (a) 所示。变压器的一个绕组（图中为 1、2）通过开关 S 与直流电源（如干电池）相连，另一个绕组（图中为 3、4）与直流毫安表相连。当开关 S 闭合瞬间，若直流毫安表的指针正向偏转，则 1 和 3 是同极性端；反向偏转时 1 和 4 是同极性端。

(2) 交流法。交流法测定绕组同极性端的电路如图 4.9 (b) 所示。用导线将两线圈 1、2 和 3、4 中的任一端子（图中为 2 和 4）连在一起，将较低的电压加于任一线圈（图中为 1、2 线圈），然后用电压表分别测出  $U_{12}$ 、 $U_{34}$ 、 $U_{13}$ ，若  $U_{13} = |U_{12} - U_{34}|$ ，则 1 和 3 是同极性端；若  $U_{13} = U_{12} + U_{34}$ ，则 1 和 4 是同极性端。

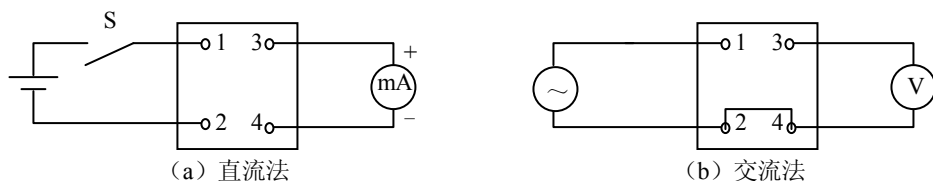


图 4.9 测定变压器绕组的同极性端

## 4.2 三相变压器

三相变压器是输送电能的主要工具，在电力系统中实现高压输电和低压配电。前已述及，远距离采用高电压输电是最经济的，目前我国高压电网额定电压有 500kV、220kV、110kV、35kV 和 10kV。从安全及制造的成本考虑，发电机的电压不能造得太高，现在我国发电机的额定电压是 6.3kV、10.5kV、13.8kV、15.75kV、18kV 和 20kV，因而在输电之前必须利用变压器把电压升高到所需的数值。在用电方面，各类用电设备所需的电压也不一样，多数用电器是 220V、380V，少数电动机是 3kV、6kV。因此高压输电到用电的地区后，再用降压变压器将电压降到配电电压（一般为 10kV），分配到工厂、居民区，最后用配电变压器将电压降到用户所需的电压（220V/380V），供用户使用。

### 4.2.1 三相变压器的结构

现代交流电能的生产和输送几乎都用三相制，因而电力变压器多数是造成三相的。但是

500kV 超高压或大容量的变压器, 由于造成三相体积太大, 受运输条件限制, 一般造成 3 个单相变压器, 到现场连接成三相变压器组。

三相变压器主要有油浸式和干式两种。10kV 以上的三相变压器多数是油浸式, 其外形如图 4.10 所示。三相变压器主要由主体部分、冷却部分、引出部分和保护装置等构成。

(1) 主体部分。主体部分包括铁心和绕组。电力变压器的铁心一般采用三柱式, 三相线圈套在心柱上, 如图 4.11 所示。铁心用冷轧的硅钢片叠成, 在叠片时一般采用交错的叠装方法。

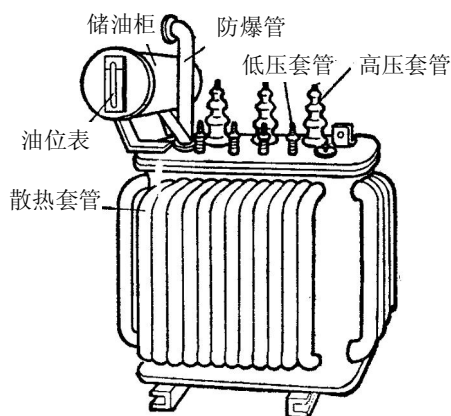


图 4.10 三相变压器的外形

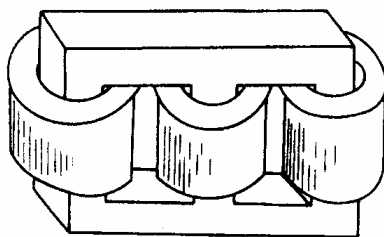


图 4.11 三相变压器的铁心绕组

3 个心柱各有一个一次绕组和一个二次绕组, 为绝缘方便起见, 通常里面是低压绕组, 外面是高压绕组。高压绕组的首端和末端分别用大写字母  $U_1$ 、 $V_1$ 、 $W_1$  和  $U_2$ 、 $V_2$ 、 $W_2$  表示; 低压绕组的首端和末端分别用小写字母  $u_1$ 、 $v_1$ 、 $w_1$  和  $u_2$ 、 $v_2$ 、 $w_2$  表示。一次绕组、二次绕组都可以接成星形或三角形。

铁心和绕组在生产出厂时已装配成一个整体, 简称心部, 油浸式三相变压器的心部完全浸在变压器油里, 安装变压器时一般不需要对这部分进行拆卸或组装。

(2) 冷却部分。冷却部分主要包括油箱、散热油管、储油柜(又称油枕)和油位表等。油箱是变压器的外壳, 内装变压器油。变压器油起绝缘和冷却两种作用。多数中小型变压器采用油浸自冷式, 运行时, 浸没在油中的铁心和绕组所产生的热经油传给油箱壁散发到空气中。

设置储油柜的目的在于减少油与外界空气的接触面, 可减轻油的氧化和受潮程度。储油柜用连通管与油箱连通, 油面的高度只达到储油柜的一半左右, 以便给因油热胀冷缩时留有余地。储油柜的一侧还装有油位表, 可随时观察到油面位置。储油柜的油通过小孔经吸潮剂与大气相通。变压器工作时间长了, 油会受潮, 其水分多数沉积在储油柜底部, 一般不会流到油箱而影响变压器工作。

(3) 引出装置。引出装置主要包括高、低压套管。变压器的高、低压绕组引出线必须经过绝缘套管从油箱引出。套管常用瓷质材料造成, 固定在油箱顶部。高压套管高而大, 低压套管低而小; 高压引线线径细, 低压引线线径粗。

(4) 保护装置。大中型电力变压器设置防爆管及气体继电器。防爆管装在油箱顶盖上, 管口高于储油柜并用薄膜封住, 当变压器发生故障时, 油箱内油压增加, 压力超过允许值, 油将经防爆管冲破薄膜向外喷出, 防止油箱因压力增大而破坏。

气体继电器装在油箱与储油柜的连通管中间，当变压器发生故障时其铁心或绕组发热，变压器油分解出气体（瓦斯），气体从油箱经连通管冲向储油柜，装在连通管的气体继电器便会动作。轻瓦斯动作是发出故障信号；重瓦斯动作经自动装置使变压器脱离电源。

干式变压器是近几年的新产品，它没有油箱，只有铁心、绕组及一些主要辅件。绕组绕好经环氧树脂固化后套入铁心，外形与图 4.10 相似。目前干式变压器制造成本较高、价格贵，但因它不会燃烧，主要用在防火条件要求高的场合，如大型酒店、剧院、百货商店等，作为户内 10kV/0.4kV 配电变压器。

#### 4.2.2 变压器的额定值

额定值是制造厂根据国家技术标准对变压器正常可靠工作作出的使用规定，额定值都标在铭牌上，各主要数据意义如下：

(1) 产品型号。产品型号表示变压器的结构和规格，如 SJL—500/10，其中 S 表示三相（D 表示单相），J 表示油浸自冷式，L 表示铝线（铜线无文字表示），500 表示容量为 500kVA，10 表示高压侧线电压为 10kV。

(2) 额定电压。额定电压指高压绕组接于电网的额定电压，与此相应的是低压绕组的空载线电压，例如  $10000 \pm 5\%/400V$ ，其中  $10000 \pm 5\%$  表示高压绕组额定线电压为 10000V，并允许在  $\pm 5\%$  范围内变动，低压绕组输出空载线电压为 400V。

(3) 额定电流。额定电流  $I_{1N}$  和  $I_{2N}$  是指原绕组加上额定电压  $U_{1N}$ ，原、副绕组允许长期通过的最大电流。三相变压器的  $I_{1N}$  和  $I_{2N}$  均为线电流。

(4) 额定容量。额定容量是在额定工作条件下，变压器输出能力的保证值。单相变压器的额定容量为副绕组额定电压与额定电流的乘积，即：

$$S_N = U_{2N} I_{2N}$$

额定容量是变压器输出的视在功率，单位为千伏安（kVA）。忽略变压器的损耗，则：

$$S_N = U_{2N} I_{2N} \approx U_{1N} I_{1N}$$

三相变压器的额定容量为：

$$S_N = \sqrt{3} U_{2N} I_{2N} \approx \sqrt{3} U_{1N} I_{1N}$$

(5) 连接组标号。连接组标号表明变压器高压、低压绕组的连接方式。星形连接时，高压端用大写字母 Y，低压端用小写字母 y 表示；三角形接法时高压端用大写字母 D，低压端用小写字母 d 表示。有中线时加 n。例如 Y，yn0 表示该变压器的高压侧为无中线引出的星形连接，低压侧为有中线引出的星形连接，标号的最后一个数字 0 表示高低压对应绕组的相位差为零。

如图 4.12 所示为三相变压器的两种接法和电压的变换关系。图 4.12 (a) 中的三相变压器采用 Y，yn0 接法，当原边线电压为  $U_1$  时，相电压为  $\frac{U_1}{\sqrt{3}}$ ，若变压器的变比为  $k$ ，则副边相电

压为  $\frac{U_1}{\sqrt{3}k}$ ，线电压为  $U_2 = \frac{U_1}{k}$ 。图 4.12 (b) 中的三相变压器采用 Y，d 接法，同样的分析可

知，当原边线电压为  $U_1$  时，副边线电压为  $U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{3}k}$ 。

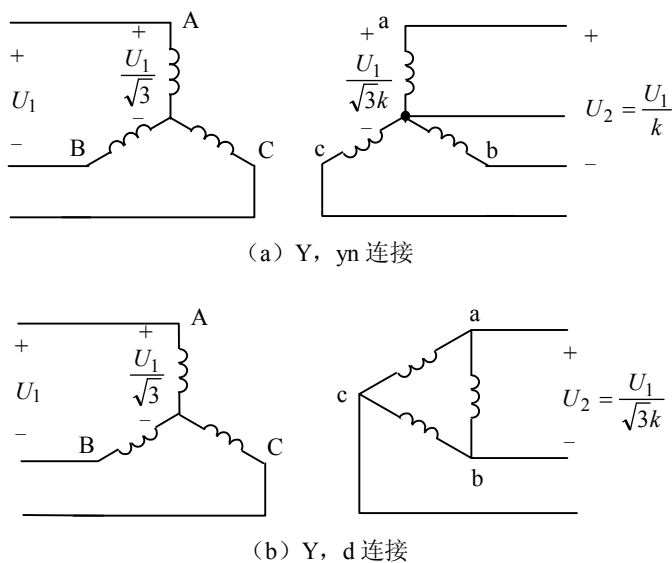


图 4.12 三相变压器的连接方法举例

(6) 阻抗电压。阻抗电压又称短路电压, 它是指变压器二次绕组短路, 一、二次绕组达到额定电流时加到一次绕组的电压值, 用该绕组额定电压的百分数表示。三相变压器的阻抗电压在 4%~7% 之间。阻抗电压越小, 变压器输出电压  $U_2$  随负载的变化越小。

**例 4.3** 有一台三相配电变压器, 连接组标号是 Y, yn0, 额定电压为 10000V/400V, 现向 380V, 功率  $P=240\text{kW}$ ,  $\cos\varphi=0.8$  的负载供电, 求变压器一、二次绕组的电流, 并选择变压器的容量。

**解** 变压器供给负载的电流也就是二次绕组的电流, 为:

$$I_2 = \frac{P}{\sqrt{3}U_2 \cos\varphi} = \frac{240 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 456 \text{ (A)}$$

变压器变比为:

$$k = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = \frac{10000}{400} = 25$$

忽略变压器的损耗, 则变压器一次绕组的电流为:

$$I_1 = \frac{I_2}{k} = \frac{456.3}{25} = 18.2 \text{ (A)}$$

负载的视在功率  $S_2$  为:

$$S_2 = \frac{P_2}{\cos\varphi} = \frac{240}{0.8} = 300 \text{ (kVA)}$$

变压器的容量  $S_N$  应稍大于  $S_2$ 。查产品目录, 应选标称值  $S_N = 315 \text{ kVA}$ 。

### 4.3 特殊变压器

根据特定的使用要求, 各种变压器在结构和特性上常有一些特殊的考虑, 各自具有一些不同的特点。

### 4.3.1 自耦变压器

普通变压器的原绕组和副绕组是分开的，通常称为双绕组变压器。这种变压器原、副绕组之间只有磁的联系，没有电的联系。自耦变压器只有一个绕组，其中高压绕组的一部分兼作低压绕组，因此高、低压绕组之间不但有磁的联系，还有电的联系，如图 4.13 所示。

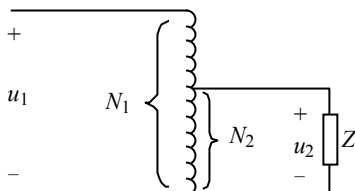


图 4.13 自耦变压器

自耦变压器与普通单相双绕组变压器一样，原、副绕组电压之间及电流之间同时存在如下关系：

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$

自耦变压器分为可调式和固定式两种结构。实验室中常用的调压器就是一种可以改变副绕组匝数的自耦变压器。

### 4.3.2 仪用互感器

在直流电路中，测量较大的电流常并联分流电阻；测量较高的电压常串联分压电阻。在交流电路中，电流更大，电压更高，由于绝缘要求和仪表制造工艺方面的原因，用仪表直接测量大电流和高电压是不可能的，必须借助仪用互感器进行间接测量。

仪用互感器分为电流互感器和电压互感器。将大电流变换成小电流的称为电流互感器，将高电压变换成低电压的称为电压互感器。仪用互感器的工作原理与变压器相同，但由于用途不同、安装地点不同、电压等级不同，在构造和外形上有明显区别。

#### 1. 电流互感器

电流互感器的原绕组线径较粗，匝数很少，有时只有一匝，与被测电路负载串联；副绕组线径较细，匝数很多，与电流表及功率表、电度表、继电器的电流线圈串联，如图 4.14 (a) 所示。

根据变压器电流变换原理，电流互感器原、副绕组电流之比为：

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$

通常电流互感器副绕组额定电流设计成标准值 5A，因而电流互感器的额定电流比就有 50A/5A、75A/5A、100A/5A 等。将测量仪表的读数乘以电流互感器的电流比，即可得到被测电流值，因此，用一只 5A 的电流表，配以相应的电流互感器，即可测量任意大的电流。实际应用时，电流互感器的电流比不同，相应配用不同的电流表刻度标尺，可直接读数。

使用电流互感器时,副绕组电路不允许开路。这是因为正常运行时,原、副绕组的磁动势基本互相抵消,工作磁通很小,而且原绕组磁动势不随副绕组而变,只取决于原绕组电路负荷。一旦副绕组断开,铁心中的磁通将急剧增加,一方面引起铁损剧增,铁心严重发热,导致绕组绝缘损坏;另一方面由于副绕组匝数远比原绕组多,在副绕组中将产生很高的感应电动势,危及人身和设备安全。此外,电流互感器的铁心及副绕组的一端必须接地,以防止原、副绕组绝缘击穿时原绕组的高电压窜入副绕组而危及人身和设备安全。

## 2. 电压互感器

电压互感器的原绕组匝数很多,并联于待测电路两端;副绕组匝数较少,与电压表及电表、功率表、继电器的电压线圈并联,如图 4.14 (b) 所示。

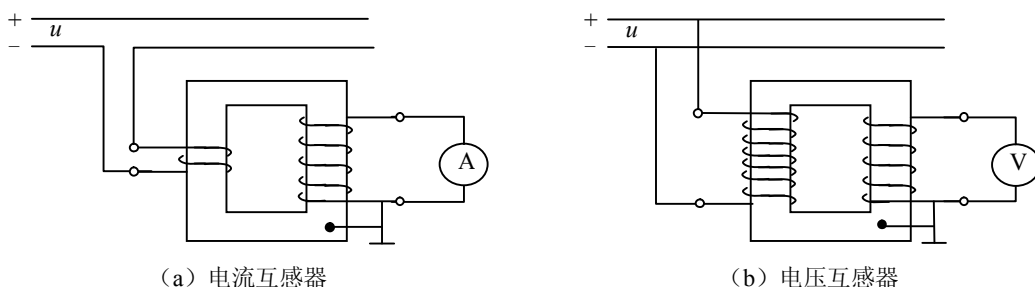


图 4.14 电流互感器和电压互感器

根据变压器电压变换原理,电压互感器原、副绕组电压之比为:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

通常将电压互感器副绕组的额定电压设计成标准值 100V。不同高压电路中所使用的电压互感器的电压比有 6000V/100V、10000V/100V、35000V/100V 等,所以一只 100V 的电压表,配以相应的电压互感器即可测量不同等级的电压。实际上,为了直接在电压表上读数,电压表可相应配用不同的标度尺。目前 220V/380V 系统中很少用电压互感器,而将仪表直接接电源,因而在低压配电屏中通常只见电流互感器而不见电压互感器。但在高压系统中,必须使用电压互感器,绝不能直接用仪表测量高电压。

电压互感器实际上相当于一个降压变压器。使用电压互感器时,副绕组不得短路。这是因为电压互感器副绕组所接的电压线圈阻抗很高,工作时接近开路状态,如果发生短路,将产生很大的短路电流,会烧坏互感器,甚至影响主电路的安全运行。此外,电压互感器的铁心及副绕组的一端必须接地,以防止原、副绕组绝缘击穿时原绕组的高电压窜入副绕组而危及人身和设备安全。

### 4.3.3 电焊变压器

电焊变压器是一种特殊的降压变压器,其副边空载电压  $U_{20}$  约为 60~80V,作为焊接的电弧点火电压。因为在焊接过程中,电焊变压器的负载经常处于从空载(当焊条与工件分离时)到短路(当焊条与工件接触时)或者从短路到空载之间急剧变化的状态,所以要求电焊变压器具有急剧下降的外特性,如图 4.15 所示。这样,短路时,由于输出电压迅速下降,副边电流也不至于过大;空载时,由于副边电流为零,输出电压能迅速恢复到点火电压。

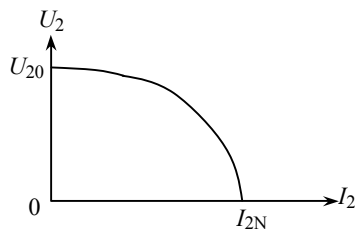


图 4.15 电焊变压器的外特性

此外，为了使电焊变压器能够适应不同的焊件和不同规格的焊条，还要求电焊变压器能够调节其负载电流。

## 本章小结

(1) 变压器是根据电磁感应原理制成的静止电器。变压器主要由硅钢片叠成的铁心和绕在铁心柱上的线圈（绕组）构成。变压器具有变换电压、变换电流和变换阻抗的功能，变换关系式分别为：

$$\frac{U_1}{U_{20}} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$

$$|Z'| = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 |Z| = k^2 |Z|$$

(2) 变压器带负载时的外特性  $U_2 = f(I_2)$  是一条微向下倾斜的曲线，若负载增大、功率因数减小，端电压就下降，其变化情况由电压变化率表示。

变压器的效率是输出有功功率和输入有功功率之比，即：

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P}$$

变压器铭牌是工作人员运行变压器的依据，因此必须掌握各额定值的含义。

## 习题四

4.1 有一台变压器，原绕组接线端为 A、B，副绕组接线端为 C、D，现测出某瞬间电流从 A 流进，该瞬间感应电流从 D 流出，试确定原、副绕组的同极性端。

4.2 一台单相变压器铭牌是 220V/36V、500 VA。如果要使变压器在额定情况下运行，应在副绕组接多少盏 36V、15W 的灯泡？并求原、副绕组中的额定电流。

4.3 已知某音频线路电压为 50V，输出阻抗为  $800\Omega$ ，现选用阻抗为  $8\Omega$  的扬声器，问应使用变比为多少的变压器？扬声器获得的功率是多少？

4.4 信号源电压  $U_s = 10\text{ V}$ ，内阻  $R_0 = 400\Omega$ ，负载电阻  $R_L = 8\Omega$ 。为使负载能获得最大功率，在信号源与负载之间接入一台变压器。求变压器的变比、变压器原副边的电压和电流、负

载的功率。

4.5 一台降压变压器, 原边额定电压  $U_{1N} = 220\text{ V}$ , 副边额定电压  $U_{2N} = 36\text{ V}$ , 铁心中磁通最大值  $\Phi_m = 10 \times 10^{-4}\text{ Wb}$ , 电源频率  $f = 50\text{ Hz}$ , 副边负载电阻  $R_2 = 30\ \Omega$ , 试求:

- (1) 变压器原、副绕组的匝数  $N_1$  和  $N_2$ 。
- (2) 变压器原、副边电流  $I_1$  和  $I_2$ 。

4.6 如图 4.16 所示的变压器, 原绕组  $N_1 = 1100$  匝, 接在电压  $U_1 = 220\text{ V}$  的交流电源上, 副边有两个绕组, 其中  $N_2 = 180$  匝,  $N_3 = 120$  匝, 负载电阻  $R_2 = 7.2\ \Omega$ ,  $R_3 = 3\ \Omega$ , 求:

- (1) 两个副绕组的电压  $U_2$ 、 $U_3$  各为多少?
- (2) 原、副边电流  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$  各为多少?
- (3) 原边等效负载电阻是多少?

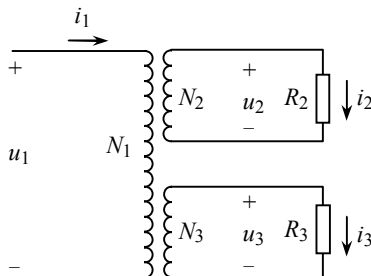


图 4.16 习题 4.6 的图

4.7 如图 4.17 所示是一台多绕组电源变压器,  $N_1$ 、 $N_2$  为原绕组, 各能承受  $110\text{ V}$  电压,  $N_3$ 、 $N_4$ 、 $N_5$  为副绕组, 各能承受  $12\text{ V}$  电压。问:

- (1) 原边电压为  $220\text{ V}$  或  $110\text{ V}$  时, 原绕组应如何连接?
- (2) 当负载需要  $12\text{ V}$ 、 $24\text{ V}$  或  $36\text{ V}$  电压时, 副绕组应如何连接?
- (3) 能将原绕组 2、4 两端连在一起, 将 1、3 两端接入  $220\text{ V}$  电源吗? 为什么?

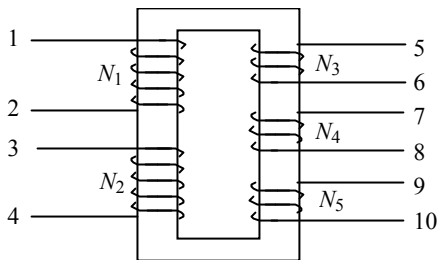


图 4.17 习题 4.7 的图

4.8 某三相变压器原绕组每相匝数  $N_1 = 2080$ , 副绕组每相匝数  $N_2 = 80$ 。如果原绕组所加线电压  $U_1 = 6000\text{ V}$ , 试求在 Y, y 和 Y, d 两种接法时副绕组的线电压和相电压。

4.9 某三相变压器每相原、副绕组的匝数比为 10, 试分别求出变压器在 Y, y; Y, d; D, d; Y, y 接法时原、副绕组线电压的比值。

4.10 一台容量为  $100\text{ kVA}$  的三相变压器, 原边额定电压  $U_{1N} = 10\text{ kV}$ , 副边额定电压  $U_{2N} = 400\text{ V}$ , Y, yn0 接法。

(1) 这台变压器原、副边额定电流  $I_{1N}$  和  $I_{2N}$  各为多少?

(2) 如果负载是 220V、100W 的电灯, 这台变压器在额定情况下运行时可接入多少盏这样的电灯?

(3) 如果负载是 220V、100W、 $\cos \varphi = 0.5$  的日光灯, 这台变压器在额定情况下运行时可接入多少盏这样的日光灯?

4.11 一台 5kVA 可调的单相自耦变压器, 已知  $U = 220 \text{ V}$ , 每伏匝数为 2, 如果要使输出电压为  $0 \sim 250 \text{ V}$ , 则自耦变压器应为多少匝? 当输出电压为 250V 时, 原、副绕组的额定电流为多少?

4.12 电流互感器和电压互感器在结构和接法上有什么区别? 使用时各应注意什么?

4.13 某电流互感器电流比为 400A/5A。问:

(1) 若副绕组电流为 3.5 A, 原绕组电流为多少?

(2) 若原绕组电流为 350 A, 副绕组电流为多少?