第 2 章　电路的基本定律

本章介绍无源元件的等效变换，独立电源电路的等效变换，电源的内阻、输出功率、负载匹配等问题。还介绍了电路计算所遵循的基尔霍夫电流定律、基尔霍夫电压定律、叠加原理、戴文宁定理等，以及遵循以上定律、定理如何对电路进行求解。

本章主要讨论电路的求解问题，如何写列电路方程式，这就需要讨论无源元件电路的等效变换、独立电源电路的等效变换以及基尔霍夫电流定律、基尔霍夫电压定律、叠加原理、戴文宁定理等。其他电路的定理将结合电子电路讨论。

2.1　无源元件电路的等效变换

2.1.1　电阻器的串联

电阻器在电路中经常处于串联或并联的状态，或串联、并联混合的状态。本节先讨论电阻器串联的规律。图 2.1.1 是一组电阻串联的电路，电阻为 R_1～R_n。

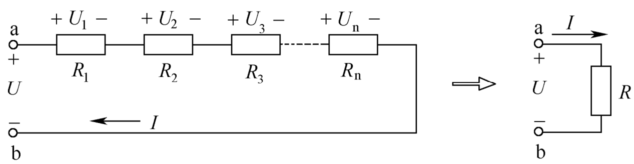


图 2.1.1　电阻串联的等效

从 a、b 端口向右看进去等效的电阻值

$$R_{ab} = R = \frac{U}{I} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n \tag{2.1.1}$$

电阻的串联使输入端的电流减小，从而使等效的电阻增加。

2.1.2　电阻器的并联

图 2.1.2 是一组电阻并联的电路。

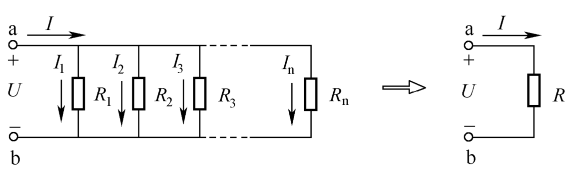


图 2.1.2　电阻并联的等效

并联电路的总电导 G（电阻 R 的倒数）为

$$G=\frac{1}{R}=\frac{I}{U}=\frac{I_1+I_2+I_3+\cdots+I_n}{U}=G_1+G_2+G_3+\cdots+G_n$$
$$=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\cdots+\frac{1}{R_n} \qquad (2.1.2)$$

显然，电阻并联越多，电阻值越小，对于常用的两个电阻的并联，有

$$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \qquad (2.1.3)$$

电阻的并联使输入端的电流增加，从而使等效的电阻减小。

2.1.3　电容器的串联与并联

电容器的串联和并联与电阻器的串联和并联有相似的规律，只不过电容器越并联电容值越大，电容器串联，电容值则减小。

电容的并联，相当于使电容器的极板面积增加，电容器的容量增加，如图 2.1.3 所示。

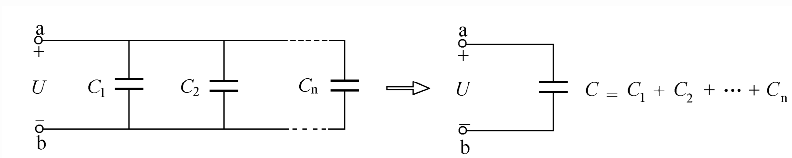


图 2.1.3　电容并联的等效

并联后的等效电容为

$$C=C_1+C_2+C_3+\cdots+C_n \qquad (2.1.4)$$

电容器的串联如图 2.1.4 所示。设输入电压 U 不变，电容器 C_1 下极板的电荷与 C_2 上极板的电荷可以抵消一部分，从而使总电荷减少，所以，相当于电容量减小。

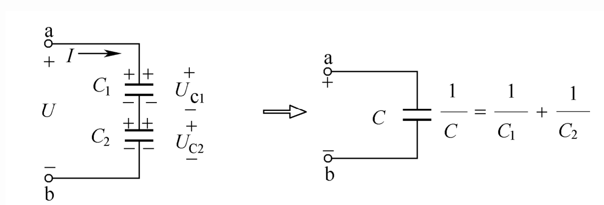


图 2.1.4　电容串联的等效

根据图 2.1.4 有

$$U=U_{C1}+U_{C2}=\frac{1}{C_1}\int_{-\infty}^{t}I\mathrm{d}t+\frac{1}{C_2}\int_{-\infty}^{t}I\mathrm{d}t=\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\int_{-\infty}^{t}I\mathrm{d}t=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}I\mathrm{d}t \qquad (2.1.5)$$

所以

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} \qquad (2.1.6)$$

需要说明的是，电容串联时，等效电容量减小，且串联电容器中电容量较小的，该电容器的电压降较大。两个电容器串联时，其上电压可以是直流或交流电压，电压分配成反比的关系，关系式为

$$U_{C1}=\frac{C_2}{C_1+C_2}U \qquad U_{C2}=\frac{C_1}{C_1+C_2}U \qquad (2.1.7)$$

2.1.4　电感器的串联与并联

电感器的串联和并联与电阻器的串联和并联有相似的规律，电感器越并联电感值越小，电感器串联，电感值则增加。电感器串联，导线绕的方向一致，可以看成同一个线圈分成两段，总的等效电感等于每一个电感之和（忽略每一个电感之间的互感）。电感上加的电压 u 不能是直流电压，因为线圈的直流电阻几乎为 0，否则会造成直流电源的短路。对于图 2.1.5

$$L = L_1 + L_2 + L_3 \tag{2.1.8}$$

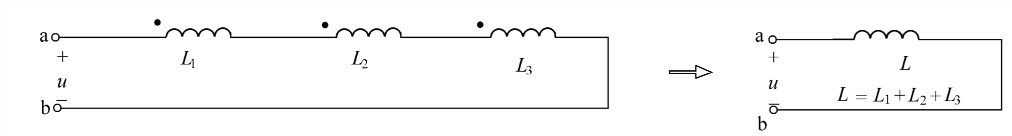


图 2.1.5　电感串联的等效

设 u 为正弦电压，电感线圈并联时由同一个电源供电，电感并联越多，驱动电流 i 越大，根据式（1.2.7）$u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ 可知，u 不变，$\mathrm{d}i$ 加大，L 则减小。对于两个电感并联的情况，根据图 2.1.6 有

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \tag{2.1.9}$$

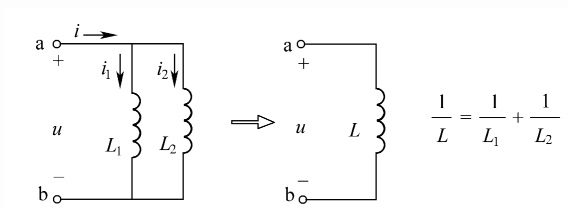


图 2.1.6　电感并联的等效

思考题

2-1-1　为什么电阻器串联总阻值加大？为什么电阻器并联总阻值减小？

2-1-2　为什么电容器串联总容量减小？为什么电容器并联总容量加大？

2-1-3　为什么电感器串联总电感量加大？为什么电感器并联总电感量减小？

2-1-4　研究电阻、电容和电感的串联和并联有什么意义？

2.2　独立电源电路的等效变换

电路中也存在电压源和电流源串联并联的情况，不过电压源不能直接并联，电流源不能直接串联；电压源可以串联，电流源可以并联；电压源和电流源在一定条件下可以混合使用。

2.2.1　电压源电路的串联

图 2.2.1 是两个相同极性电压源串联的情况，等效电源 $U=U_1+U_2$，极性同原来的规定。图 2.2.2

是两个相反极性电压源串联的情况，当 $U_1>U_2$，等效电源 $U=U_1-U_2$，极性同 U_1、U_2 中绝对值较大的一个。如果等效电源 U 的极性设的与 U_1、U_2 中绝对值较小的一个相同，那么等效电源 U 的值是负的。

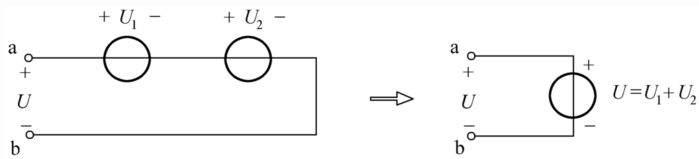


图 2.2.1　同极性电压源的串联

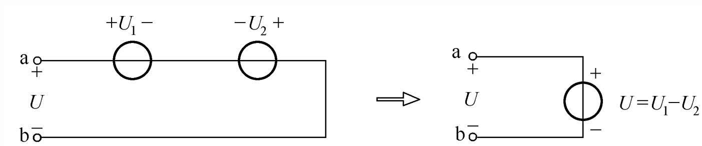


图 2.2.2　反极性电压源的串联

电压源不能直接并联，因为电压源的内阻等于 0，输出电压高的一个将被输出电压低的一个短路，造成电压源损坏。即使电压源的端电压相同，最好也不要并联使用，因为它们的端电压不可能在供电的过程中时时保持绝对相同。

例 2.1：图 2.2.2 的电源电路中，根据规定的正方向求下列四组电源电压数据下的等效电源的电压值 U，①U_1=10V、U_2=5V；②U_1=5V、U_2=−5V；③U_1=−5V、U_2=5V；④U_1=5V、U_2=10V。

解：①U_1=10V、U_2=5V，$U=U_1-U_2$=10−5= 5V

②U_1=5V、U_2=−5V，$U=U_1-U_2$=5−(−5)= 10V

③U_1=−5V、U_2=5V，$U=U_1-U_2$=−5−5= −10V

④U_1=5V、U_2=10V，$U=U_1-U_2$=5−10= −5V

2.2.2　电流源电路的并联

有一个电流源并联电路，如图 2.2.3 所示，求等效的电流源 I。两个电流源的并联，合成的等效电流源 I 等于两电流源的代数和，其方向等于其中较大的一个电流源的方向。对于更多电流源的并联，原则与两个电流源的并联相同，不再赘述。

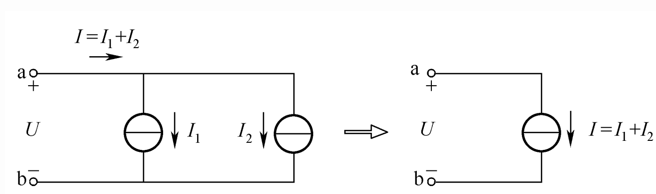


图 2.2.3　电流源的并联

电流源不可以串联使用，如果两个电流源的电流值不同，串联后各自都要按自己的电流来流动，串联后将无法确定实际的电流值，在图 2.2.4 中，两个电流源 I_{S1} 和 I_{S2} 的伏安特性曲线是平行的，不可能相交。

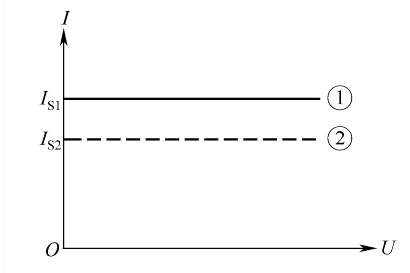


图 2.2.4　两个电流值不等的电流源的伏安特性曲线

2.2.3　实际电源电路的输出

实际电压源的内阻 R_S>0，但接近 0，输出功率越大的电压源，其内阻应更小一些；实际电流源的内阻 R_S<∞，一般很大，分别见图 2.2.5 和图 2.2.6。实际电压源因为有内阻，所以带负载以后，实际的输出电压 U 要稍小于 U_S；实际电流源因为有内阻，所以带负载以后，实际的电流输出 $I<I_S$。

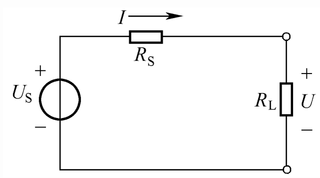


图 2.2.5　实际电压源

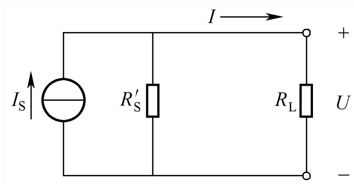


图 2.2.6　实际电流源

根据图 2.2.5，可以计算出

$$U = \frac{R_L U_S}{R_S + R_L} \tag{2.2.1}$$

根据图 2.2.6，可以计算出

$$I = I_S - \frac{IR_L}{R'_S} \qquad I = \frac{R'_S I_S}{R'_S + R_L} \tag{2.2.2}$$

2.2.4　两种实际电源电路之间的等效转换

图 2.2.5 的实际电压源和图 2.2.6 实际电流源之间可以进行转换，两者之间的转换对应关系，由图 2.2.5 可得

$$U = U_S - IR_S \text{ 或 } I = \frac{U_S - U}{R_S} = \frac{U_S}{R_S} - \frac{U}{R_S} \tag{2.2.3}$$

由图 2.2.6 可得

$$I = I_S - \frac{U}{R'_S} \tag{2.2.4}$$

若式（2.2.3）和式（2.2.4）的参数 $R_S=R'_S$，则有

$$I_S = \frac{U_S}{R_S} \qquad R_S = R'_S \tag{2.2.5}$$

根据式（2.2.3）～式（2.2.5）就可以将实际电压源转换成实际电流源，或反之，即图 2.2.5 和图 2.2.6 之间可以互相转换。

例 2.2：将图 2.2.7（a）的电源电路进行等效变换，得到简化的电源形式。

解：解题步骤见图 2.2.7（b）~（e）。

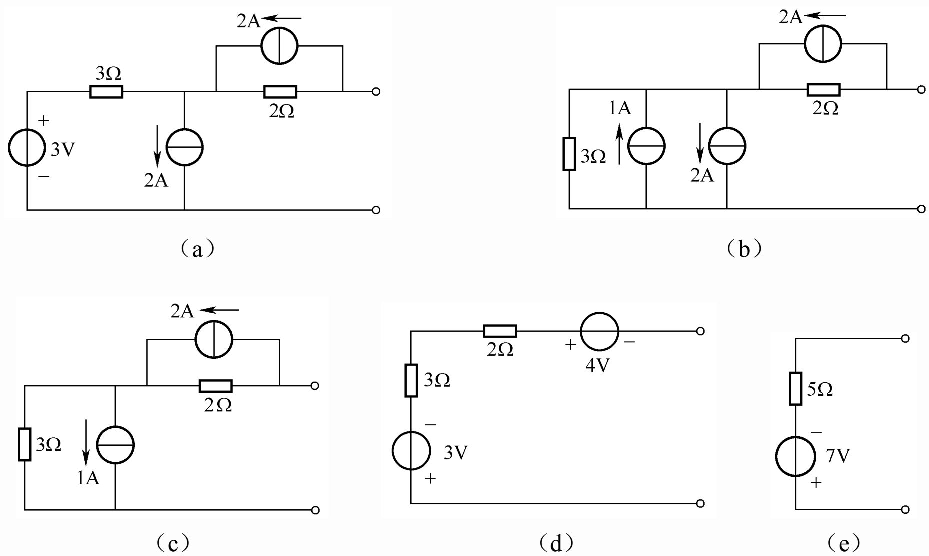


图 2.2.7　例 2.2 电路图

2.2.5　电压源源电压和内阻的确定

如图 2.2.5 所示的电压源的源电压 U_S 可以通过测试电压源的开路电压得到。见图 2.2.8，图中的电压表的内阻可以视为无穷大，几乎不从电压源吸取电流，从而在电压源的内阻 R_S 上产生的电压降极小，电压表的指示即为电压源的源电压 U_S。实际上电压表的内阻不可能是无穷大，但只要电压表的内阻远远大于电压源的内阻，测量误差十分微小，可以忽略。

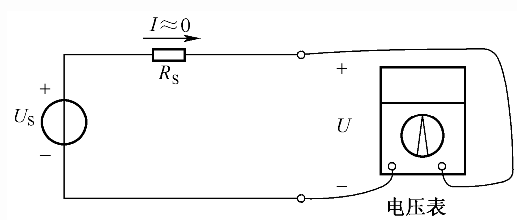


图 2.2.8　源电压（开路电压）的测量

电压源的内阻可以通过三种方法确定，一是通过测试短路电流 I_{SC} 和开路电压 U_S 得到

$$R_S = \frac{U_S}{I_{SC}} \tag{2.2.6}$$

二是通过实验的方法确定，见图 2.2.9。先测量开路电压，得到 U_S，再加一定的负载 R_L，测量对应的负载电流 I_L 和电压源端口处的电压 U，于是可以计算出电压源的内阻为

$$R_o = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_S - U}{I - 0} = \frac{U_S}{I} - R_L = \left(\frac{U_S}{U} - 1\right)R_L \tag{2.2.7}$$

此方法只在电压源内阻是线性时才有效。如果内阻是非线性的，只是反映测试点附近的内阻值。

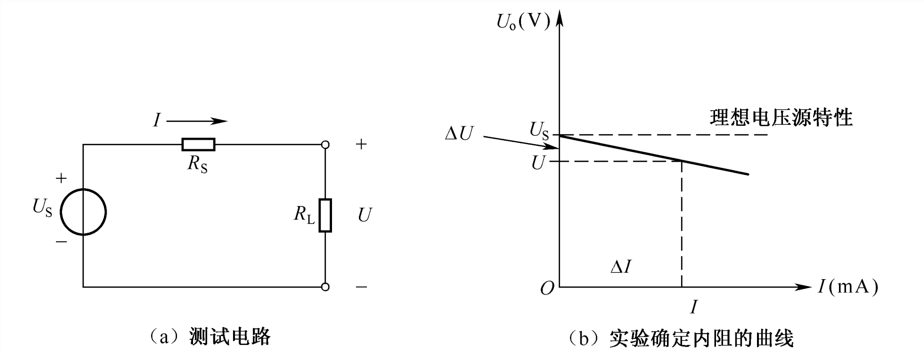


图 2.2.9　通过实验确定内阻

第三种方法是假设源电压可以等于 0，负载电阻开路，外接一个测试电压源 U'_o，见图 2.2.10。根据测试电压源的数值和测试电压源提供的电流 I'_o，即可得知。此方法经常在放大电路中采用。

$$R_o = \left.\frac{U'_o}{I'_o}\right|_{U_S=0,\ R_L=\infty} \tag{2.2.8}$$

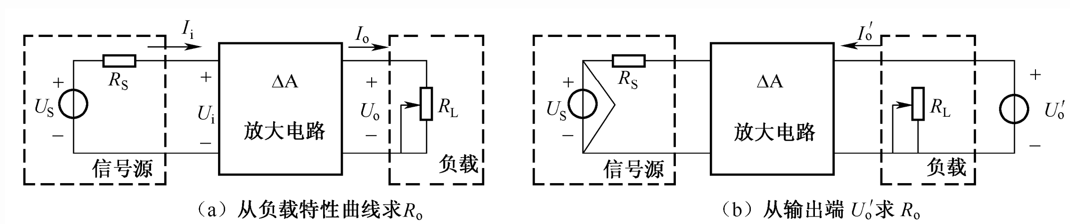


图 2.2.10　求输出电阻的第三种方法

2.2.6　输出功率与负载匹配

在图 2.2.5 中，电源的输出功率 P_E 和负载获得的功率 P_L 分别为

$$P_E = U_S I = U_S \frac{U}{R_L} \tag{2.2.9}$$

$$P_L = U_S I - I^2 R_S \tag{2.2.10}$$

或

$$P_L = UI = I^2 R_L = \frac{U^2}{R_L}$$

要使负载获得的功率最大，要满足一定的条件，若 R_L 加大其上电压降加大，R_S 电压降减小，意味着电流减小，负载获得的功率不会最大；若 R_L 减小电流增加，但 R_L 电压降减小，负载获得的功率也不会大。从内阻上消耗的功率看，当 R_L 减小电流增加时，因 R_S 的功耗与电流的平方成比例，R_S 上的功耗也比较大，所以负载获得的功率也不会大。只有当

$$R_L = R_S \tag{2.2.11}$$

时，负载才能够得到最大的输出功率。称 $R_L=R_S$ 为负载获得最大功率的条件，当 $R_L=R_S$ 时称为负载**匹配**。负载匹配条件可以用数学工具求得，对式（2.2.10）取 P 对 I 的微商等于 0

$$\frac{dP_L}{dI} = U_S - 2IR_S = 0$$

于是可得

$$I=\frac{U_S}{2R_S}$$

而电流又可写为

$$I=\frac{U_S}{R_S+R_L}$$

也就是说输出功率最大的条件是 $R_L=R_S$。

例 2.3：将图 2.2.5 的电压源转换为电流源，并求电压源和电流源的负载功率和内阻消耗的功率。图中的 U_S=5V、R_S=1Ω、R_L=9Ω。

解：根据式（2.2.5）有

$$I_S=\frac{U_S}{R_S}=\frac{5}{1}=5\text{A} \qquad R_S=R'_S=1\Omega$$

电压源中消耗的功率：

电源提供的功率 $P_{U_S}=-U_S I=-U_S\frac{U_S}{R_S+R_L}=-5\times\frac{5}{1+9}=-2.5\text{W}$

内阻消耗的功率 $P_{R_S}=I^2R_S=0.5^2\times 1=0.25\text{W}$

负载电阻消耗的功率 $P_{R_L}=I^2R_L=0.5^2\times 9=2.25\text{W}$

电源提供的功率等于内阻和负载电阻消耗的功率。

电流源中消耗的功率：

电流源提供的功率

$$P_{I_S}=-I_S U=-I_S\times\left(I_S\frac{R'_S R_L}{R'_S+R_L}\right)=-5\times\left(5\times\frac{1\times 9}{1+9}\right)=-22.5\text{W}$$

内阻消耗的功率 $P_{R'_S}=\frac{U^2}{R'_S}=\frac{1}{R'_S}\times\left(\frac{I_S R'_S R_L}{R'_S+R_L}\right)^2=\frac{1}{1}\times\left(\frac{5\times 1\times 9}{1+9}\right)^2=20.25\text{W}$

负载电阻消耗的功率 $P_{R_L}=I^2R_L=\left(\frac{I_S R'_S}{R'_S+R_L}\right)^2\times R_L=\left(\frac{5\times 1}{1+9}\right)^2\times 9=2.25\text{W}$

同样，电流源提供的功率等于内阻和负载电阻消耗的功率。将图 2.2.5 的电压源转换为电流源，是等效转换，负载是同一个，负载从电压源获得的功率与等效变换后的电流源获得的功率相同。但是，计算表明本例题以电压源形式供电比电流源形式供电更为经济。

2.2.7 输出功率与消耗功率

一个一端口组件可能是纯电源，也可能是纯电阻，也可能既包括电源又包括电阻，这里所说的组件是输出功率还是消耗功率，是指这个组件的整体。如果这个组件是输出功率的，那它就是起电源的作用；如果是吸收功率的，那就是起负载的作用，见图 2.2.11。

在电路中，对电源而言，规定电流从“+”端流出，从“−”端流进，电源处于向负载供电状态，也称为电源放电。在电路中，对某电源而言，如果电流从“+”端流进，从“−”端流出，电源处于充电状态，从其他电源接收能量，这个电源就是其他电源的负载。电源处于提供功率（放电）状态，它就是电源；电源也可以处于吸收功率（充电）状态，它就是负载。而对于正电阻负载，只能消耗功率。正电阻是指其伏安特性的斜率为正，即电阻两端电压的绝对值增加，其中的

电流的绝对值也随之增加。电容器和电感器可以吸收功率，也可以释放功率，将在下一章介绍。

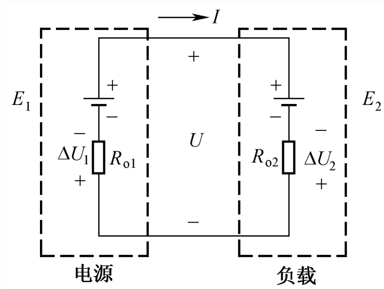


图 2.2.11　电源和负载的判断

可以根据电压 U 和电流 I 的实际方向或参考方向按下列规则判断电路中的组件是起电源作用还是起负载作用，见图 2.2.11 中的电压、电流方向：

（1）U 的实际方向和 I 的实际方向相反，即电流从电源的“+”端流出，电源发出功率，相当于放电，该组件起电源作用（相当于图 2.2.11 中的电压、电流方向）。

（2）U 的实际方向和 I 的实际方向相同，电流从电源的“+”端流进，电源吸收功率，相当于充电，该组件起负载作用。

对负载而言，U 的实际方向和 I 的实际方向相同，电流从电压的“+”端流进，负载吸取功率。

如果已知电压和电流的参考方向选择是一致的，可以用以下方法判断：$P=UI<0$，该组件为电源；$P=UI>0$，该组件为负载。

如果已知电压和电流的参考方向选择的不一致，上述结论则相反。

两个一端口电路内部电路是一样的，是起电源的作用还是起负载的作用，取决于电流的实际流向，如果电流与图示方向相反，则“电源”和“负载”互换，见图 2.2.11。

思考题

2-2-1　为什么电压源不能并联？电流源不能串联？

2-2-2　电压源如何转换成等效的电流源？电流源如何转换成等效的电压源？

2-2-3　电压源转换成等效的电流源，等效的含义是什么？

2-2-4　如何确定电压源的源电压和内阻？

2-2-5　负载匹配的概念是什么？负载匹配的条件是什么？

2-2-6　对于一个一端口组件，如何判断它的性质？如果一端口组件是“电源”关键要看什么？如果是“负载”关键又要看什么？

2.3　基尔霍夫定律

分析各种电路的结构形式，可以总结出一定的规律，基本上有两种：一是有一个节点，围绕这个节点有若干个支路；二是有一个电路的闭合路径构成一个电路回路。这些电路中的电压和电流都遵循一定的规律，这些规律由**基尔霍夫定律**来描述，基尔霍夫定律又分为**基尔霍夫电流定律**（Kirchhoff's Current Law，简称 KCL）和**基尔霍夫电压定律**（Kirchhoff's Voltage Law，简称 KVL）。

电路中定义每一个一端口元件为一个**支路**；两个或两个以上的支路连接的点称为**节点**；电路

中任何一个闭合路径称为**回路**；内部不包括支路的回路称为**网孔**或网眼。例如对于图 2.3.1 的电路有 a、b、c 三个节点，a 节点有 R_1、R_2、R_3、R_4 四条支路；b 节点有 R_1、R_2、R_5 三条支路；c 节点有 R_3、R_4、R_5 三条支路。电路有六个回路，a、R_1、b、R_2 为一个回路；a、R_2、b、R_5、c、R_4、a 为一个回路；a、R_3、c、R_4、a 为一个回路；a、R_3、c、R_5、b、R_1、a 为一个回路；a、R_4、c、R_5、b、R_1、a 为一个回路；a、R_3、c、R_5、b、R_2、a 为一个回路。其中电路有三个网孔，a、R_1、b、R_2 为一个网孔；a、R_2、b、R_5、c、R_4、a 为一个网孔；a、R_3、c、R_4、a 为一个网孔。

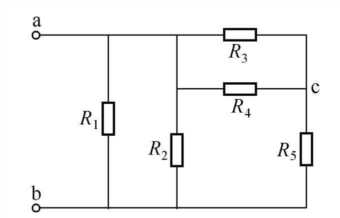


图 2.3.1　电路图

2.3.1　基尔霍夫电流定律（KCL）

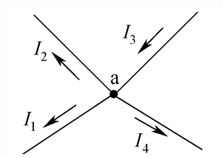


图 2.3.2　电路的节点

基尔霍夫电流定律是解决电路节点写列方程式的问题，见图 2.3.2。节点 a 有四条支路，每条支路相应的电流为 I_1、I_2、I_3 和 I_4。基尔霍夫电流定律叙述为：在任一时刻流入某节点的电流等于流出该节点的电流。若定义流出节点的电流为正，流入节点的电流为负（也可相反设置），基尔霍夫电流定律又可叙述为：在任一时刻某节点电流的代数和等于 0。

于是

$$I_3 = I_1 + I_2 + I_4$$

或

$$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0 \qquad (2.3.1)$$

对于一个节点有任意多个支路

$$\sum_{k=1}^{n} I_{\mathrm{k}}(t) = 0 \qquad (2.3.2)$$

例 2.4：图 2.3.2 中，I_1=1A、I_2=2A、I_3= −0.5A，求 I_4 的大小。

解：$I_4 = I_3 - I_2 - I_1 = -0.5 - 2 - 1 = -3.5\text{A}$

说明 I_4 的电流实际是流入节点 a，大小是 3.5A。

2.3.2　基尔霍夫电压定律（KVL）

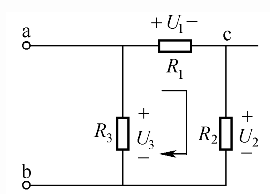


图 2.3.3　电路的回路

基尔霍夫电压定律是解决电路回路写列方程式的问题，见图 2.3.3。回路中有三条支路，每条支路相应的电压降为 U_1、U_2 和 U_3。基尔霍夫电压定律叙述为：在任一时刻，任一闭合回路中，沿某一个绕行方向，所有支路的电压降之和等于电压升之和。基尔霍夫电压定律又可叙述为：在任一时刻电压降的代数和恒等于 0。根据图 2.3.3 有

$$U_1 + U_2 - U_3 = 0 \qquad (2.3.3)$$

或

$$U_1 + U_2 = U_3$$

对于基尔霍夫电压定律，有

$$\sum_{k=1}^{n} U_{\mathrm{k}}(t)=0 \tag{2.3.4}$$

例 2.5：图 2.3.3 中，U_1=1V、U_2=2V，求 U_3 的大小。
解：$U_3=U_1+U_2=1+2=3\mathrm{V}$

2.3.3　电阻器的星形三角形变换

利用基尔霍夫定律可以解决比较复杂电路的求解问题，例如图 2.3.4，其中以节点 c 为中心向外有三个支路，相当图 2.3.5 的星形结构；从接点 a、R_1、d、R_3、c、R_2、a，相当图 2.3.6 的三角形结构。在电路图形中习惯用 Y 表示星形，用 Δ 表示三角形，Y-Δ 电路在一定条件下可以互相转换，而不影响外接电路，变换后可能使电路的计算变得简单。从图 2.3.5 和图 2.3.6 看有三个节点 1、2、3，节点处有电流 I_1、I_2 和 I_3，只要保证转换前后节点处的电压、电流不变（伏安特性不变）即可。

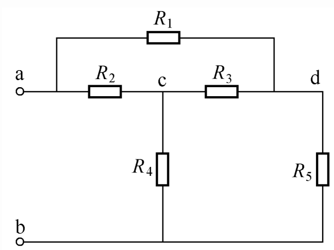


图 2.3.4　复杂电路

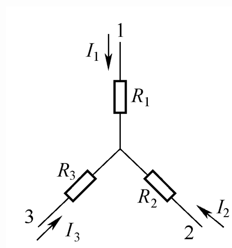


图 2.3.5　星形电路

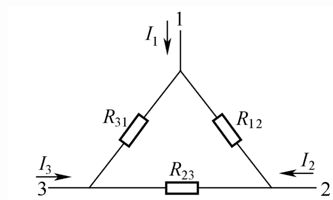


图 2.3.6　三角形电路

Y-Δ 变换和 Δ-Y 变换的推导比较麻烦，在此仅给出变换的结果。由 Y-Δ 变换得到的三角形三个支路的电阻为

$$\left.\begin{aligned}R_{12}&=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}\\R_{23}&=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1}\\R_{31}&=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2}\end{aligned}\right\} \tag{2.3.5}$$

若 Y 形电路的三个电阻都相等，则变换为 Δ 形电路的三个支路的电阻为

$$R_{\Delta}=3R_{\mathrm{Y}}$$

由 Δ-Y 变换得到的星形三个支路的电阻为

$$\left.\begin{aligned}R_1&=\frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}\\R_2&=\frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}\\R_3&=\frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}\end{aligned}\right\} \tag{2.3.6}$$

若 Δ 形电路的三个电阻都相等，则变换为 Y 形电路的三个支路的电阻为

$$R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta$$

Y-Δ 变换和 Δ-Y 变换的公式是有规律的，掌握这个规律便于记忆这些公式

$$\Delta\text{形电路两节点间电阻} = \frac{\text{Y形电路各支路电阻两两乘积之和}}{\text{Y形电路另外一个节点对应的电阻}}$$

$$\text{Y形电路某节点电阻} = \frac{\Delta\text{形电路同一节点对应两支路电阻乘积}}{\Delta\text{形电路各支路电阻之和}}$$

例 2.6：求图 2.3.7（a）中的电流 I。

解：图 2.3.7（a）是一个含电压源和电流源的电路，若求 I 就要知道 U_{ab}。图 2.3.7（a）中 U_{ab} 不好求，可以将图 2.3.7（a）转换为图 2.3.7（b），于是

$$I = \frac{U_{S1} - U_{S2}}{R_1 + R_2} = \frac{10-8}{5+4} = \frac{2}{9}\text{A}$$

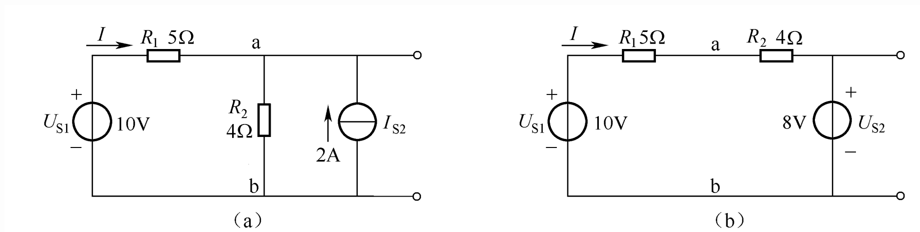


图 2.3.7　例 2.6 电路图

例 2.7：求图 2.3.8（a）中的电流 I_1 和 I_2。

解：图 2.3.8（a）是一个含电压源和电流源的电路，若求电流 I_1 和 I_2 就要知道 U_{ab}。图 2.3.8（a）中 U_{ab} 难求，将图 2.3.8（a）节点 a、b 左、右侧的电压源转换为电流源，得图 2.3.8（b），写列节点 a 的电流方程式，即可求出 U_{ab}。

$$I_{S1} + I_S = \frac{U_{ab}}{R_1} + \frac{U_{ab}}{R_2} + \frac{U_{ab}}{R_3} + I_{S2}$$

$$U_{ab} = \frac{I_{S1} + I_S - I_{S2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{2+3-2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1} = 1.5\text{V}$$

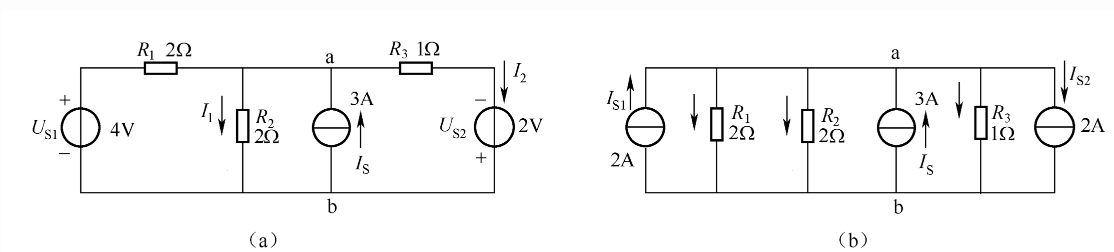


图 2.3.8　例 2.7 电路图

将 U_{ab} 移入图 2.3.8（a）中，解出电流 I_1 和 I_2

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{1.5}{2} = 0.75\text{A} \qquad I_2 = \frac{U_{ab} + U_{S2}}{R_3} = \frac{1.5+2}{1} = 3.5\text{A}$$

例 2.8：求图 2.3.9 中各支路的电流。

解：图 2.3.9 是一个桥型电路，电路有三个网眼，按照图中规定的正方向，写列各网眼的方程式

$$27I_{\mathrm{A}} - 15I_{\mathrm{B}} - 8I_{\mathrm{C}} = 20$$
$$-15I_{\mathrm{A}} + 30I_{\mathrm{B}} - 10I_{\mathrm{C}} = 0$$
$$-8I_{\mathrm{A}} - 10I_{\mathrm{B}} + 28I_{\mathrm{C}} = 0$$

解得三个网眼的电流

$$I_{\mathrm{A}} = +1.581\mathrm{A}$$
$$I_{\mathrm{B}} = +1.067\mathrm{A}$$
$$I_{\mathrm{C}} = +0.833\mathrm{A}$$

再根据网眼电流与支路电流的关系，可求出各支路的电流

$$I_1 = I_{\mathrm{A}} = +1.581\mathrm{A} \qquad I_2 = I_{\mathrm{A}} - I_{\mathrm{B}} = +0.514\mathrm{A}$$
$$I_3 = I_{\mathrm{B}} = +1.067\mathrm{A} \qquad I_4 = I_{\mathrm{C}} - I_{\mathrm{B}} = -0.234\mathrm{A}$$
$$I_5 = I_{\mathrm{A}} - I_{\mathrm{C}} = +0.748\mathrm{A} \qquad I_6 = I_{\mathrm{C}} = +0.833\mathrm{A}$$

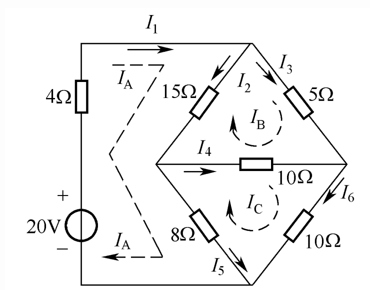
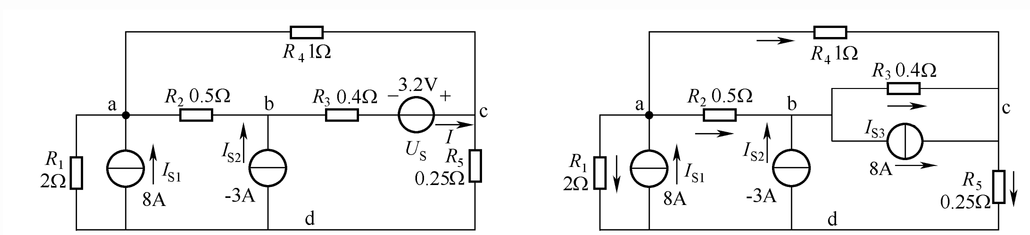


图 2.3.9　例 2.8 电路图

例 2.9：求解图 2.3.10（a）中电压源的电流 I 及电流源的端电压。



（a）　　　　　　　　　　（b）

图 2.3.10　例 2.9 电路图

解：为了便于求解，将图 2.3.10（a）中电压源 U_{S} 转换为电流源 I_{S3}。然后根据 a、b、c 三个节点写列 KCL 方程式。对于节点 a 电流源流入节点，电阻 R_1、R_2 和 R_4 中的电流都是流出节点。所以，对于节点 a、b、c 可写列方程式

$$I_{\mathrm{S1}} = \frac{U_{\mathrm{a}}}{R_1} + \frac{U_{\mathrm{a}} - U_{\mathrm{b}}}{R_2} + \frac{U_{\mathrm{a}} - U_{\mathrm{c}}}{R_4}$$

$$I_{\mathrm{S2}} + \frac{U_{\mathrm{a}} - U_{\mathrm{b}}}{R_2} = I_{\mathrm{S3}} + \frac{U_{\mathrm{b}} - U_{\mathrm{c}}}{R_3}$$

$$I_{S3}+\frac{U_b-U_c}{R_3}+\frac{U_a-U_c}{R_4}=\frac{U_c}{R_5}$$

联立求解得

$$U_a=2V \qquad U_b=-1V \qquad U_c=1V$$

于是，电流源 I_{S1} 的端电压　$U_1=U_a=2V$

电流源 I_{S2} 的端电压　$U_2=U_b=-1V$

电压源 U_S 的电流根据网眼 b、R_3、U_S、R_5、d、I_{S2} 用回路电压法得

$$U_b-U_c=IR_3-U_S$$

$$I=3A$$

思考题

2-3-1　为什么基尔霍夫电流定律要根据一个节点写列电路方程式？

2-3-2　为什么基尔霍夫电压定律要根据一个回路写列电路方程式？

2-3-3　Y-Δ 变换和 Δ-Y 变换的公式有何规律性？

2.4　叠加原理

在一个线性有源电路中，每一个支路的电流都可以看成是线性有源电路中每一个电源（电压源或电流源）分别作用所产生电流的代数和，这就是叠加原理。电源分别作用时，不起作用的电压源短路，不起作用的电流源开路。

例 2.10：求解图 2.4.1（a）的电流 I_3。

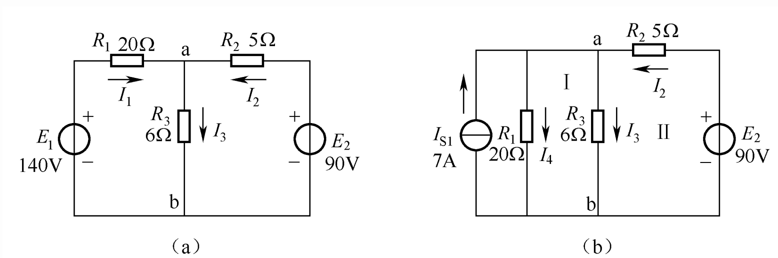


图 2.4.1　例 2.10 的电路图

解：将图 2.4.1（a）中的电压源 E_1 转变为电流源，见图 2.4.1（b），电流源的数值 I_{S1}=7A，电流源的内阻为 R_1=20Ω。对于图 2.4.1（b）节点 a 处的电流和网孔 I、II 有如下关系

$$\left.\begin{aligned}I_{S1}-I_4-I_3+I_2&=0\\R_2I_2+R_3I_3&=E_2\\R_1I_4-R_3I_3&=0\end{aligned}\right\}$$

将图 2.4.1（b）中的数据代入，可得 I_3=10A。改用叠加原理解此题，见图 2.4.2。

对于图 2.4.2，短路电压源，求出 I_3'；开路电流源，求出 I_3''。

先求 I_3'。对于节点 a、b 之间相当 R_1、R_2、R_3 三个电阻并联，流入的总电流 I_{S1}=7A，流入三个电阻的电流与电阻值的大小成反比例分配，电阻值越小流入的电流越大，于是有

$$I_3' = \frac{R_1 // R_2}{(R_1 // R_2) + R_3} I_{S1} = \frac{20 // 5}{(20 // 5) + 6} \times 7 = 2.8\text{A}$$

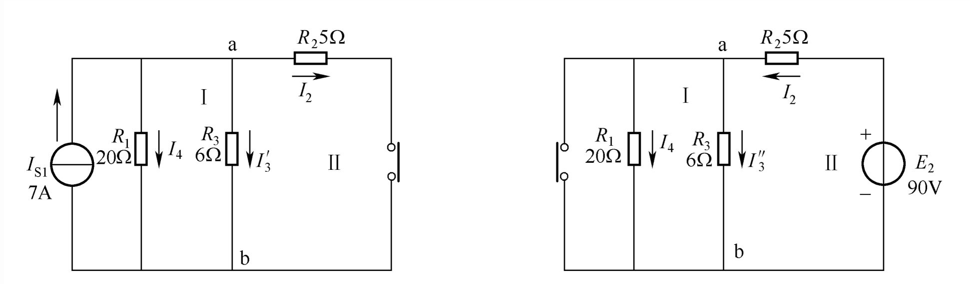


图 2.4.2　用叠加原理求解电路

再求 I_3''。

$$I_2 = \frac{E_2}{(R_1//R_3) + R_2} = \frac{90}{9.6154} = 9.36\text{A}$$

$$I_3'' = \frac{I_2 R_1}{R_1 + R_3} = \frac{9.36 \times 20}{20 + 6} = 7.2\text{A}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 2.8 + 7.2 = 10\text{A}$$

根据叠加原理也可以求解电路中某两点 ab 间的电位差 U_{ab}，见图 2.4.3。

将 U_{S1} 短路，求出 U_{ab}'，即

$$U_{ab}' = \frac{R_1 // R_2}{(R_1 // R_2) + R_3} U_{S2}$$

将 U_{S2} 短路，再求 U_{ab}''，即

$$U_{ab}'' = \frac{R_2 // R_3}{(R_2 // R_3) + R_1} U_{S1}$$

$$U_{ab} = U_{ab}' + U_{ab}'' \tag{2.4.1}$$

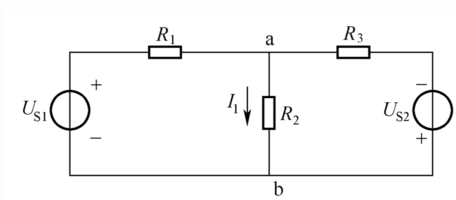


图 2.4.3　叠加原理求电位压 U_{ab}

思考题

2-4-1　叠加原理为什么适用于线性电路？

2-4-2　运用叠加原理时，为什么要对电路中的电源逐一仅保留一个，令其余的不起作用？

2-4-3　运用叠加原理时，为什么电压源要短路，电流源要开路？

2.5 戴文宁定理和诺顿定理

戴文宁定理是解决一个含有电压源的一端口网络外接负载时，如何进行计算的电路定理；诺顿定理是解决一个含有电流源的一端口网络外接负载时，如何进行计算的电路定理。一端口网络也称为二端网络。

2.5.1 戴文宁定理

为简单计，首先考虑只有一个电压源和若干电阻构成的一端口网络，见图 2.5.1。

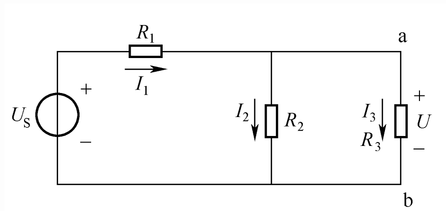


图 2.5.1 一端口网络

若求 I_3，可以将 $R_2//R_3$，可求出 I_1，I_1 流经 R_2 和 R_3，按 R_2 和 R_3 的阻值反比例分配，即可求出 I_3。如果图 2.5.1 只有一个网眼，可简化求解。

将图 2.5.1 中的 R_3 视为负载，其余部分视为含源一端口网络。戴文宁定理确定一个含源一端口网络可以用一个等效电源代替，包括一个等效源电压和一个等效内阻。用等效电源替代含源一端口网络后，负载电阻 R_3 支路中的电流和 R_3 两端的电压不变。

戴文宁定理确定等效电源的源电压的方法是将负载 R_3 开路，从 a、b 两点向含源一端口网络看进去的开路电压；等效电源的等效内阻即是源电压短路后一端口网络的等效电阻值。对如图 2.5.1 所示的电路在 R_3 开路后的开路电压为

$$U'_S = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times U_S \tag{2.5.1}$$

等效内阻为

$$R'_S = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{2.5.2}$$

对于有多个电压源和若干电阻构成的一端口网络，可先选择一个电压源用戴文宁定理进行变换，目的是能够使一些电压源得以合并，从而使一端口网络得到一些简化，经过几次变换，最后得到只有一个等效的电压源和一个等效的内阻，从而使电路的计算得以简化。

2.5.2 诺顿定理

诺顿定理是处理含有电流源的一端口网络，变换成一个等效的电流源和一个等效内阻的电路定理。诺顿定理确定等效电源的理想电流源的方法是将负载 R_3 短路，端口处负载回路中的短路电流即为 I_{SC}；等效电源的等效内阻即是含源一端口网络中所有的独立电源不起作用时，含源一端口网络变为无源一端口网络的等效电阻，即理想电流源开路后，理想电压源短路后一端口网络的等效电阻值 R_o。

戴文宁定理和诺顿定理具有“对偶”的关系，即对一端口网络中的电压源而言，负载开路，

电压源短路；对一端口网络中的电流源而言，负载短路，电流源开路。现通过例 2.11 进一步说明，见图 2.5.2。

例 2.11：用诺顿定理求解图 2.5.2（a）中支路 ab 中的电流 I_1。

解：将 ab 支路短路，其中的电流 $I_1 = I_{SC}$，见图 2.5.2（b）。

$$I_{SC} = \frac{U_S}{R_2} - I_S = \frac{10}{2} - 2 = 3\text{A}$$

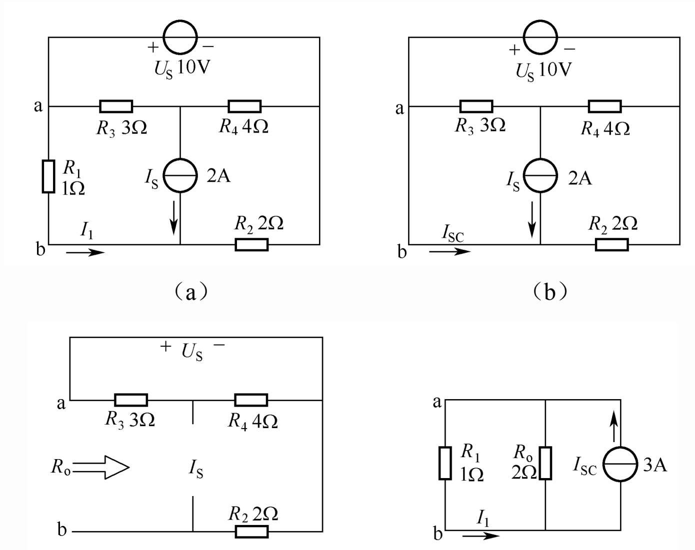


图 2.5.2　电路图

求等效电阻 R_o，将电流源开路，电压源短路，得到图 2.5.2（c）。

$$R_o = R_2 = 2\Omega$$

于是可以画出经诺顿定理变换后的电流源等效电路，见图 2.5.2（c），即可方便求出支路 ab 中的电流 I_1，即

$$I_1 = \frac{R_o}{R_o + R_1} \times I_{SC} = \frac{2}{2+1} \times 3 = 2\text{A}$$

思考题

2-5-1　戴文宁定理适合求解电路中的什么问题？

2-5-2　戴文宁定理是如何叙述的？

2-5-3　运用戴文宁定理时，如何求等效电压和等效内阻？

2-5-4　诺顿定理适合求解电路中的什么问题？

2-5-5　诺顿定理和戴文宁定理有什么样的对应关系？

本章小结

本章首先介绍无源元件的等效变换，独立电源电路的等效变换。进行等效变换的目的是简化

电路。一个电路中少不了电源和电阻等元件，这些元件通过并联、串联组成的电路可能很复杂，通过等效变换，可以简化电路，便于计算。

无源元件的等效变换就是指电阻、电容和电感的串联和并联，以及电压源的串联和电流源的并联。电阻的串联等于每一个电阻的和；电阻的并联，将使电阻值减小，并联电阻值的倒数等于每一个电阻值倒数之和。电感的串联和并联的规律与电阻相同。电容的并联等于每一个电容容量之和，电容的串联将使电容量减小，串联后的电容量的倒数等于每一个电容量倒数之和。

电压源串联等于每一个电压源值的代数之和，电压源不能并联；电流源的并联等于每一个电流源值的代数和，电流源不能串联。电压源的端口电压等于源电压减去电压源内阻上的电压降，所以，负载电流越大，电压源的端口电压越小。所以，要使负载获得的功率最大，不是电源的输出电流越大越有利，显然负载电流越大，内阻上的压降越大，端口处的电压反而会减小。负载获得功率最大的条件是内阻等于负载电阻值，满足这一条件也称为负载匹配。

电压源和电流源在一定条件下可以混合使用，并且电压源和电流源之间可以进行等效变换。电压源转换为电流源是将电压源的源电压除以电压源的内阻得到的电流作为变换后电流源的理想电流源，将电压源的内阻并联在变换后电流源两端。电流源转换为电压源是将理想电流源之值乘以其内阻得到的电压作为电压源的源电压，将电流源的内阻作为电压源的内阻串联在源电压之中。

本章进一步介绍了电路计算所遵循的基尔霍夫电流定律、基尔霍夫电压定律、叠加原理、戴文宁定律等。

分析各种电路的结构形式，基本上有两种。一是电路中有一个节点，围绕这个节点有若干个支路；二是有一个电路的闭合路径构成一个电路回路。这些电路中的电压和电流都遵循一定的规律，其中重要的有基尔霍夫定律，基尔霍夫定律又分为基尔霍夫电流定律，简称 KCL；基尔霍夫电压定律，简称 KVL。基尔霍夫电流定律叙述为“在任一时刻流入某节点的电流等于流出该节点的电流”；也可叙述为“在任一时刻某节点电流的代数和等于 0”。基尔霍夫电压定律叙述为“在任一时刻，任一闭合回路中，沿某一个绕行方向，所有支路的电压降之和等于电压升之和”；又可叙述为“在任一时刻某一回路电压降的代数和恒等于 0”。

叠加原理叙述为“在一个线性有源电路中，每一个支路的电流，都可以看成是线性有源电路中每一个电源分别作用所产生电流的代数和”。电源分别作用时，不起作用的电压源短路，不起作用的电流源开路。

戴文宁定理是解决一个含有电压源的一端口网络外接负载时，如何进行计算的电路定理。有一个含源一端口网络，可以用一个等效源电压和一个等效内阻代替。等效源电压等于从负载开路处，从一端口看进去的开路电压值，等效内阻即是含源一端口网络的源电压短路时所呈现的电阻值。

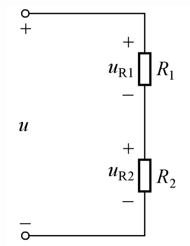
诺顿定理是处理含有电流源的一端口网络，变换成一个等效的电流源和一个等效内阻的电路定理。诺顿定理确定等效电源的理想电流源的方法是将负载短路，端口处负载回路中的短路电流即为理想电流源的值；等效电流源的等效内阻即是含源一端口网络中所有的独立电源不起作用时，含源一端口网络变为无源一端口网络的等效电阻，即理想电流源开路后，理想电压源短路后一端口网络的等效电阻值。戴文宁定理和诺顿定理具有“对偶”的关系，即对一端口网络中的电压源而言，负载开路，理想电压源短路；对一端口网络中的电流源而言，负载短路，理想电流源开路。

习题

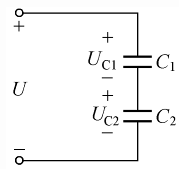
【2-1】 题图 2-1 是一个电阻器的串联电路，求其等效电阻值的表达式。若输入加一电压 u，求 u_{R1} 和 u_{R2}。

【2-2】　题图 2-2 是一个电容器的串联电路，求其等效电容值的表达式。若输入加一直流电压 U，求 U_{C1} 和 U_{C2}。

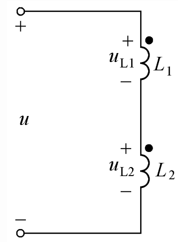
【2-3】　题图 2-3 是一个电感器的串联电路，求其等效电感值的表达式。若输入加一正弦电压 u，求 u_{L1} 和 u_{L2}。



题图 2-1



题图 2-2



题图 2-3

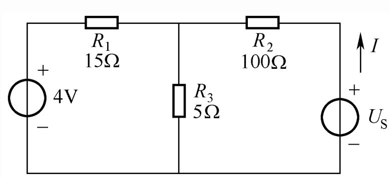
【2-4】　一般情况下两个电压源为什么不能并联？

【2-5】　一般情况下两个电流源为什么不能串联？

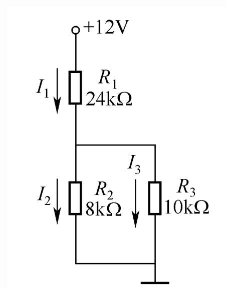
【2-6】　对于题图 2-6 所示电路，为使电流 I=0，电压源 U_S 应为多大值？

【2-7】　题图 2-7 所示电路，元件参数已在图中标明，求各电流值。

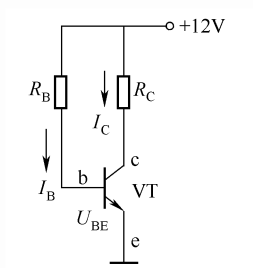
【2-8】　题图 2-8 所示电路，其中 VT 是晶体管，它有三个电极 e、b 和 c，b 和 e 之间的电压用 U_{BE} 表示。已知 R_B=150kΩ、R_C=2kΩ、U_{BE}=0.7V，求 I_B。若 I_C=49I_B，求 U_{CE}。



题图 2-6



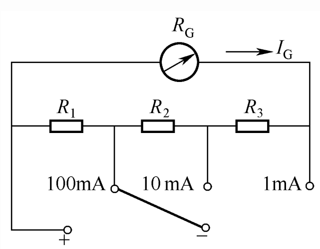
题图 2-7



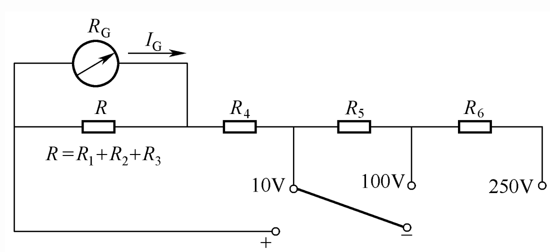
题图 2-8

【2-9】　题图 2-9 所示电路是万用表的直流电流测量电路。已知直流电流表的满量程 I_G=0.6mA、表头内阻 R_G=280Ω，现欲扩大量程到 1mA、10mA、100mA，试求各分流电阻 R_1、R_2 和 R_3 的阻值。

【2-10】　题图 2-10 所示电路是万用表的直流电压测量电路，它是在电流测量电路基础上构成的，共有三个量程，即 10V、100V、250V，计算扩大量程的三个倍压电阻 R_4、R_5 和 R_6 的阻值。



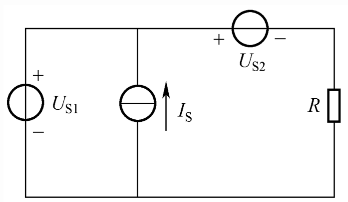
题图 2-9



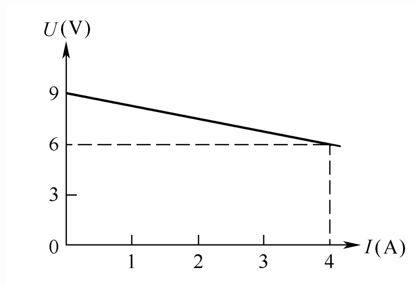
题图 2-10

【2-11】 题图 2-11 所示电路中，已知 U_{S1}=15V、U_{S2}=5V、I_S=1A、R=5Ω，求各元件的功率值，并说明该元件是消耗功率，还是提供功率。

【2-12】 有一个电源的伏安特性曲线如题图 2-12 所示，画出电压源的等效模型，并将其变换为对应的电流源形式。



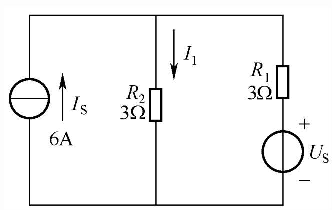
题图 2-11



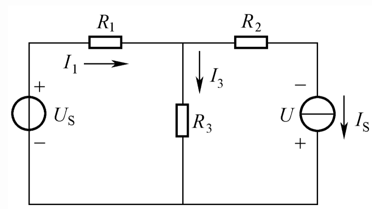
题图 2-12

【2-13】 有一个电路如题图 2-13 所示，电流 I_1=4.5A，如果电流源断开，求 I_1 值。

【2-14】 在题图 2-14 中，已知 I_S=2A、U_S=2V、R_2=3Ω、R_1=R_3=2Ω。试用支路电流法求电阻 R_3 中的电流和电流源的端电压 U。

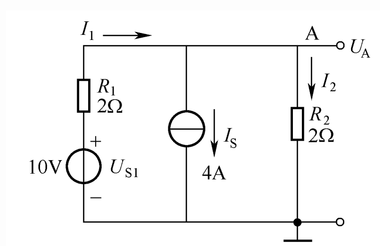


题图 2-13



题图 2-14

【2-15】 采用支路电流法求解题图 2-15 中 A 点的电位 U_A。



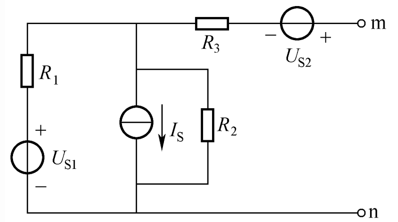
题图 2-15

【2-16】 通过电压源和电流源的互换，将题图 2-16 所示的电路化简。已知 U_{S1}=2V、U_{S2}=3V、I_S=1A、R_1= R_2=4Ω、R_3=2Ω。

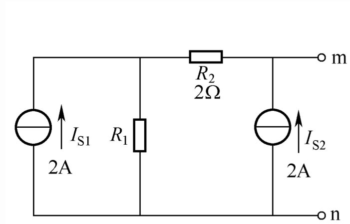
【2-17】 通过电压源和电流源的互换，将题图 2-17 所示的电路化简。

【2-18】 对题图 2-18（a）、（b）的电路是从 m、n 两点看进去的一端口网络，利用戴文宁定理进行变换，并标明变换后的参数。

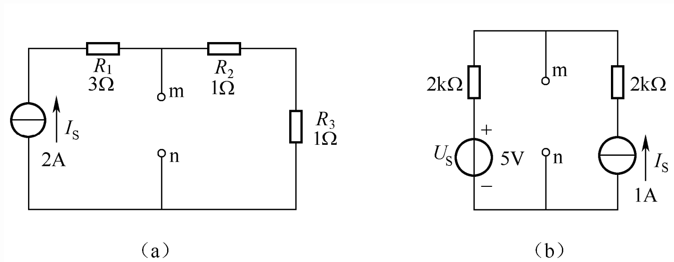
【2-19】 在题图 2-19 所示电路中，已知 U_{S1}=24V、U_{S2}=6V、I_S=10A、R_1=3Ω、R_2= R_3=R_L=2Ω。试用戴文宁定理计算电流 I_L。



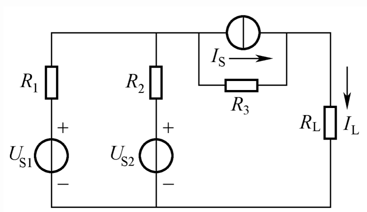
题图 2-16



题图 2-17



题图 2-18



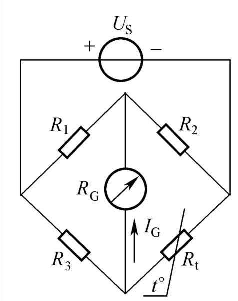
题图 2-19

【2-20】　题图 2-20 是一个测温电桥，已知 U_S=5V、R_1=R_3=100Ω、R_2=100Ω、R_G=490Ω，其中 R_t 是热敏电阻，当 t=0℃时，R_t(0℃)=100Ω, 热敏电阻的温度系数是α_t=0.3718Ω/℃, 求对应 0℃和 400℃时微安电流表的读数。

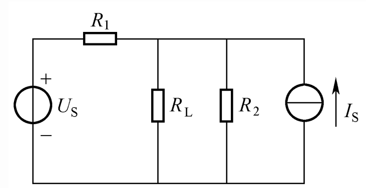
【2-21】　题图 2-21 电路中，已知 U_S=140V、I_S=15A、R_1=20Ω、R_2=5Ω，计算负载电阻 R_L 为何值时可获得最大功率并计算最大功率值。

【2-22】　题图 2-22 电路是本书数模转换电路的一部分，试用叠加原理证明输出电流 I 与 U_{S1}、U_{S2} 和 U_{S3} 的数学关系。

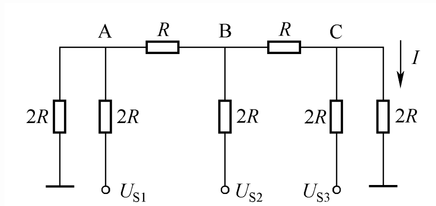
【2-23】　在题图 2-23（a）中，求电流 I，但电阻 R_L 是非线性电阻，其伏安特性曲线不能用数学表达式描述，只能给出实验曲线，见题图 2-23（b）。



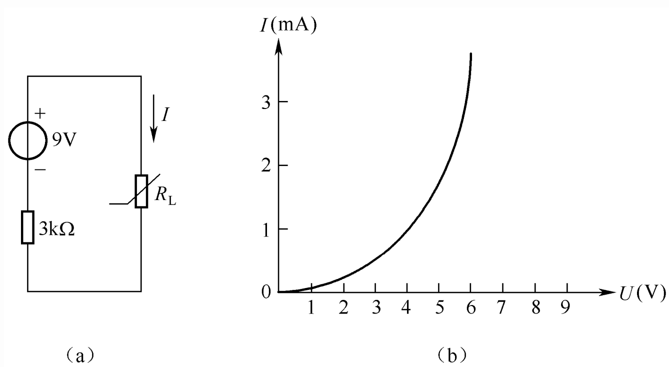
题图 2-20



题图 2-21



题图 2-22



题图 2-23